Convergence : A Lighthouse in the Turmoil

Dr. Amita Mazumdar
Teacher-in-Charge
Maharaja Manindra Chandra College, Kolkata 700003

CONVERGENCE is more than just a title; it signifies the coming together of diverse paths, just as the lines of a graph Intersect. কবিগুরুর ভাষায়,

সব পথ এসে মিলে গেলো শেষে........

This fourth reunion of the Department of Mathematics is a beautiful convergence of past and present - it is a reminder that, while our lives may have branched out in different directions, the foundation we share keeps us connected. In our journey of life, we take different paths according to our goals and dreams, but a time comes when we unite to celebrate the bonds that remain firm despite the passage of time. It brings us back to where it all began : the class rooms, the corridors, the endless discussions, the curiosity, the challenges we faced together, the tutorials, the internals and the memories we shared together. Here's the beauty of reunion, the power of reconnection and the joy of convergence.

It gives me immense pleasure to welcome everyone to the Mathematics Reunion Souvenir, CONVERGENCE, 2025 of Maharaja Manindra Chandra College. This commemorative volume celebrates the reunion of the esteemed Alumni, Faculty and Students of the Department. I also take this opportunity to express my sincerest gratitude to the Organising Committee, Alumni, Faculty Members and Present Students who have contributed to the souvenir.

Our present world is surrounded with various challenges. Socio Political issues like gender violence, economic instability and increasing discrimination based on caste, community and religion. All these have led to a fragmented World. There is dearth of proper guidance to our students. Hence, it is my earnest request to all our students to take the responsibility of healing our World and enlighten the World in their own limited capacity - as Kobi Guru said,

"কে লইবে মোর কার্য কহে সন্ধ্যারবি
শুনিয়া জগৎ রহে নিরুত্তর ছবি
মাটির প্রদীপ ছিল, সে কহিল স্বামী,
আমার যেটুকু সাধ্য করিব তা আমি"।

KALEIDOSCOPE

Dr. Saumitra Mukhopadhyay

Associate Professor of Mathematics

As I sit here, reminiscing about my journey as a teacher, I am filled with a sense of nostalgia and gratitude. It all began on December 03, 1993, when I started my teaching career at Krishnath College, Berhampore, West Bengal. Little did I know that this would be the start of a beautiful and rewarding journey.

Fast forward to June 16,1998, when I joined Maharaja Manindra Chandra College. Over the years, I have had the privilege of being a part of this esteemed institution and witnessing the growth and success of countless students. The department has always maintained a healthy atmosphere, conductive to learning and growth. It has been a joy to my students excel in various fields, making a name for themselves in society.

Many of my students have gone on to become faculty memberys at prestigious institutions like IIT, ISER and various colleges and schools throughout the country, while other have excelled in the railway, Government Services and private & banking sectors. Some have even made a mark in the world of cinema and television working as writers, singes, directors and more. I am extremely prouder of their achievements.

As a teacher, I have learned so much from my students. They have taught me the importance of patience, understanding, and empathy. I have always tried to be more than just a teacher to them–I have strived to be a friend, a mentor, and a guide. And in doing so, I have been blessed with the opportunity to play a small part in shaping their lives.

As I look back, I am reminded of my senior colleagues, Panditda, Madhuridi and Kripanathda, who have retired but are still and integral part of our department. Their legacy continues to inspire us, and their guidance and encouragement have been invaluable in helping us develop the standard of the department. Even though they are not able to present physically with us everyday, their presence is still felt, and we continue to draw strength from their experience and wisdom.

Besides teaching mathematics, we have always tried to engage our students in various extracular activities. We believe that these activities are essential in shaping our students into excellent citizens. Over the years, we have organized several events including Freshers' Welcome and Farewell programmes, quiz contests, and more. Although we couldn't continue all these events every year due to the pressure of huge syllabus, we have always tried to keep the spirit alive. These events have not only helped our students develop their skills and talents but have also fostered a sense of camaraderie and teamwork. We have seen our students grow into confident, responsible and compassionate individuals and it has been a joy to be a part of their journey.

However, it is unfortunate that the teaching-learning process had to be halted physically due to pandamic corona. The sudden shift to online learning was a challange for both teachers and students. Even now, as we have returned to physical classes, we noticed that a few students are reluctant to participate in class discussions. They seem to have lost the habit of engaging with theirs peers and teachers in a physical setting. But I am optimistic. I am confident with the help of my beloved colleagues, we will be able to bring these students back into the fold. We will work together to create a supportive and encouraging environment that fosters participation, creativity and critical thinking. We will help our students regain their confidence and develop the skills they need to succeed in all aspects of life.

As usual, we have published a patrika, 'Convergence', which I hope will set a new standard for excellence. I am proud to be a part of a department that is now filled with young, energetic and student-friendly faculties. The enthusiasm and dedication of my colleagues are palpable, and I am confident that together, we will take the department to new heights.

Today, as we gather for the 4th Reunion of the Department, I am filled with a sense of joy and nostalgia. I hope that this Reunion will be a grand success, and that it will continue to be a celebration of the bond between teachers, students and alumni.

:: FOURTH REUNION COMMITTEE ::

Chief Patron	:	Dr. Amita Mazumdar, *TIC Maharaja Manindra Chandra College*
President	:	Dr. Mrityunjoy Pandit
Vice President	:	Prof. Madhuri Mukherjee Dr. Kripanath De
Secretary	**:**	Dr. Nilofar Nahid (H.O.D) Dr. Saumitra Mukhopadhyay Dr. Jhuma Bhowmick Dr. Md. Moid Shaikh
Assistant Secretary	**:**	Prof. Bulbul Ahmed Kaninika pal Vikash Kumar Gupta Jwel Mondal
Treasurer	**:**	Dr. Saumitra Mukhopadhyay Dr. Jhuma Bhowmick
Reception Committee	**:**	Dr. Nilofar Nahid (HOD) Dr. Md. Moid Shaikh Prof. Bulbul Ahmed Chayan Mukherjee Kabir Bhattacharyya Mohit Pandey Samrat Mondal Sk. Manir Ahmed Sankar Dey Anjali Modak Surjendu Dey
Refreshment Committee	**:**	Dr. Md. Moid Shaikh Prof. Bulbul Ahmed Srinjoy Bhowmick Ram Kumar Sharma Sourin Chatterjee Ankan Das Sumit Kumar Singh

Our Ex and Present Teaching Staff

This list of teachers who served the Department of Mathematics of this college has been prepared on the basis of the record available at the college office. Omission, if any, due to oversight is sincerely regretted.

Mathematics was introduced in the degree pass course in the session 1957-58 and it was introduced in the Honours curriculam in the session 1961-62.

1. Prof. Kailash Nath Bhattacharjee, the pioneer teacher of the Department
2. Prof. Nikhil Chandra Mazumder
3. Prof. Bankim Chandra Ghosh (Joined on 1965 Retired on 1985)
4. Prof. Ashoke Nath Mukherjee (Joined on 1958. Retired on 1994)
5. Prof. Rabindranath Bhattacharya (Joined on 1960, Retired on 1996)
6. Dr. Mrityunjoy Pandit (joined on 1969, Retired on 2003)
7. Prof. Madhuri Mukherjee (Joined on 1990, Retired on 2014)
8. Dr. Kripanath De (Joined on 1998, Retired on 2015)
9. Dr. Saumitra Mukhopadhyay (Joined on 1998, in service)
10. Dr. Jhuma Bhowmick (Joined on 2005, in service)
11. Dr. Nilofar Nahid (Joined on 2017, in service)
12. Dr. Md. Moid Shaikh (Joined on 2017, in service)
13. Prof. Bulbul Ahmed (Joined on 2016, in service)

Dr. Ranajit Dhar, the Ex. Principal of the college, also served the Department from November 2000 to January 2007.

In addition to this many other teachers served the department as part time/ Guest Lecturer.

অনুগল্প

ধাঁধায় পড়ল Order Property

ডঃ মহঃ মঈদ সেখ

সহকারী অধ্যাপক, গণিত বিভাগ, মহারাজা মণীন্দ্রচন্দ্র কলেজ

রূমা দাস একজন অত্যন্ত মেধাবী, অপূর্ব সুন্দরী এবং খুবই ঠাণ্ডা মাথার মানুষ, যেকোনো জটিল পরিস্থিতিতে তার নিজের উপর নিয়ন্ত্রণ অগাধ। রমা বাংলার বিখ্যাত বিশ্ববিদ্যালয় প্রজাবাজার সায়েন্স কলেজের একজন প্রাক্তনী। তার শিক্ষাবর্ষ ছিল ১৯৯৮-২০০০ সাল। এ গল্প রূমার জীবনেরই একটি ছোট্ট ঘটনা।

সেদিন ছিল M. Sc. ফাইনাল বর্ষের শেষ পরীক্ষা। পরীক্ষার দিনগুলোয় রূমা সাধারণত হাতে ঘণ্টা দুয়েক সময় নিয়ে বেরোয়, সেদিনও তাই করলো। বাড়ি থেকে বেরিয়ে একটি রিক্সা ধরে যখন সে রামবিহারী অ্যাভিনিউ বাসস্ট্যান্ডে পৌঁছল তখন সেই রাস্তায় কোন যানবাহন দেখতে পেল না। অল্পক্ষণ দাঁড়িয়ে থাকার পর একজন লোকের মুখে শুনতে পেল যে কিছুক্ষণ আগে সামনের বাস স্ট্যান্ডের কাছে একটা অ্যাকসিডেন্ট হয়েছে। একটা টাটাসুমো নাকি তীব্র গতিতে এসে একটি দশবারো বছরের ছেলেকে চাপা দিয়ে পালিয়ে গেছে। এখনও পর্যন্ত ড্রাইভার বা গাড়িটিকে ধরা যায়নি। এদিকে হাসপাতালে নিয়ে যাওয়ার পথে ছেলেটি র মৃত্যু হয়েছে। মানুষজন রাস্তা অবরোধ করে বিক্ষোভ দেখাচ্ছে। রূমা কিছুক্ষণ দাঁড়িয়ে একটু চিন্তাভাবনা করে সামনের দিকে এগোতে লাগলো। কয়েক পা হাঁটার পর বাম দিকের একটা সরু রাস্তা ধরে S. N. Banerjee street এ উঠলো। কিন্তু সেখানেও কোন যানবাহন তার চোখে পরল না। আসলে এই মোড়টা অকুস্থলের neighbourhood- এর মধ্যেই ছিল। এদিকে ঘড়ির কাঁটা আজকে যেন একটু বেশিই বেগে চলছে। যাইহোক, রূমা এবার খানিকক্ষণ ঠাণ্ডা মাথায় ভেবে নিয়ে S. N. Banerjee street এর উত্তরপূর্ব দিকের একটি রাস্তা ধরে সোজা জোরকদমে হাঁটতে লাগলো। কিছুক্ষণ চলার পর সে অনুভব করল যে তার বাম পায়ের চপ্পলটি যেন তার পায়ের সঙ্গে একই Sequence- এ চলছে না। একটু ঝুঁকে রূমা দেখল তার বাম পায়ের চপ্পলটির হিলের একটি কোণ চপ্পল থেকে খুলে গেছে। এ যেন গোঁদের উপর বিষফোঁড়া! এবার সে চপ্পলের মর্জি মত কষ্ট করে হাঁটতে লাগলো। রূমা বুঝতে পারল তার শরীর এবং মন যেন বাংলা সিনেমার বিখ্যাত গান "এই পথ যদি না শেষ হয়..." -এর সম্পূর্ণ বিরুদ্ধচারণ করছে। অবশেষে একটি ট্যাক্সির দেখা পাওয়া গেল ড্রাইভারকে অনুরোধ করতে সে রাজিও হল কিন্তু ভাড়া চাইল ১০০ টাকা। রূমা মনে মনে হিসাব কষে দেখল লোকটি প্রায় দ্বিগুণ ভাড়া চাইছে, কিন্তু উপায় কি? তাই সে ওই ট্যাক্সিতেই উঠে পরল। ড্রাইভারটি তার সাধ্যমত জোরে গাড়ি চালিয়ে যখন বিশ্ববিদ্যালয়ে পৌঁছল তখন পরীক্ষার বয়স পনের মিনিট অতিক্রান্ত হয়ে গেছে। গাড়ি থেকে নেমে ছোট পার্সটি খুলে রমা দেখল সেখানে একশো টাকা নেই। ব্যাগ ও পার্স তন্নতন্ন করে খুঁজেও সত্তর টাকার বেশি কিছুতেই সে জোগাড় করতে পারলো না।

"দুখের পর দুখ না আসলে সেই বা কেমন দুখ আর সুখের পর সুখ না আসলে সেই বা কেমন সুখ"। রুমা বুঝতে পারল uniformly continuous ঝামেলা যেন আজ এই অল্প সময়ের মধ্যে uniformly converge করছে। যাইহোক, সে ড্রাইভারকে সত্তর টাকা দিয়ে তাকে একটু অপেক্ষা করতে অনুরোধ করল। Department-এ ঢুকেই ডানদিকে HOD-এর কেবিন। ভিতরে তখন হেড সঙ্ঘমিত্রা দেবনাথ ম্যাডাম বসেছিলেন। সঙ্ঘমিত্রা দেবনাথ অর্থাৎ S. D. Madam খুব রাশভারী মহিলা। তাঁর গণিতের জ্ঞান রুমার কাছে unbounded কিন্তু তাঁর সারা জীবনের সমস্ত ছাত্রছাত্রীদের সঙ্গে গণিতের বাইরে বলা কথামালা গুলির set-টি যেন empty। তাঁরই special paper-এর আজ পরীক্ষা রুমার। ম্যাডামের কাছে গিয়ে রুমা আজকের ঘটনাগুলি খুব সংক্ষেপে ব্যক্ত করে তিরিশ টাকার জন্য আবেদন করায় ম্যাডাম প্রত্যুত্তরে 'দুঃখিত' বললেন; সাথে আরও বললেন যে পরীক্ষা প্রায় কুড়ি মিনিট অতিক্রান্ত আর দশ মিনিট দেরী হলে তাকে আর পরীক্ষায় বসতে দিতেন না। হায়রে! গণিতের অঙ্ক আর জীবনের অঙ্ক যে সবসময় হাত ধরাধরি করে চলে না তা রুমা বুঝতে পারল। অবশেষে ব্যর্থ মনরথে রুমা পরীক্ষা হলের দিকে পা বাড়াল। পরীক্ষা হলের দায়িত্বে ছিলেন M. S. Sir মানে মনীশ সমাদ্দার স্যার। M. S. Sir খুব মেজাজি কিন্তু সরল প্রকৃতির মানুষ ছিলেন। তিনি গণিতের Basic Concept / জায়গাগুলোর ওপর বেশি জোর দিতেন যা মেধাবী রুমাকে খুব একটা আনন্দ দিত না, এমনকি কখনও কখনও তার মনে M. S. Sir-এর জ্ঞানের গভীরতা নিয়েই প্রশ্ন চিহ্ন দেখা দিত। সেই M. S. Sir-কে বিশ্ববিদ্যালয়ে আসার পথের ঘটনা গুলি সংক্ষেপে বর্ণনা করে রমা ত্রিশ টাকা দেওয়ার জন্য অনুরোধ করল। Sir তৎক্ষণাৎ তাকে ত্রিশ টাকা দিয়ে বললেন "দ্রুত ড্রাইভারকে দিয়ে এসো, আর হ্যাঁ তোমাকে কিন্তু পরীক্ষার জন্য এপসাইলন-পরিমাণ সময়ও বেশি দেব না"। রুমা তাড়াতাড়ি বাইরে গিয়ে ড্রাইভারকে টাকাটা দিয়ে ধন্যবাদ জানালো এবং ড্রাইভারটি প্রাপ্তি স্বীকার করে রুমার দৃষ্টি শক্তির বাইরে চলে গেল।

পরীক্ষা হলের দিকে ফিরে আসার সময় রুমার গণিতের Order Property- এর কথা মনে পড়ল। Order Property হল সেই Property যেটি বলে যে, যে কোন দুটি বাস্তব সংখ্যা হয় সমান হবে না হলে একটি বড় হবে এবং অপরটি ছোট হবে। এখন Order Property অনুযায়ী এক্ষেত্রে কী বলা যায়?... এদের মধ্যে কে বড় এবং কে-ই বা ছোট? — অঙ্কে পাণ্ডিত্য থাকা S. D. Madam, না কি রুমার কাছে আপাতদৃষ্টিতে কম অঙ্ক জানা M. S. Sir, না কি অঙ্ক প্রায় না- জানা ট্যাক্সি ড্রাইভার?

Order Property কি পারবে এ ধাঁধার উত্তর দিতে? নাকি ordering--এর এই গোলকধাঁধাতে নিজেই পথ হারাবে Order Property?

75th Anniversary of the National Sample Survey (NSS): A Milestone Celebration

Subhashish Ghosh

Year of admission : 2005

On 7th February 2025, the Ministry of Statistics and Programme Implementation (MoSPI), Government of India, commemorated the 75th anniversary of the National Sample Survey (NSS) at Vigyan Bhawan, New Delhi. The event marked the beginning of a nationwide series of initiatives highlighting NSS's critical role in evidence-based policymaking, raising awareness about data-driven governance, & engaging stakeholders from diverse sectors. The celebration featured keynote addresses, expert discussions, the unveiling of Diamond Jubilee publications, and special performances emphasizing NSS's fieldwork contributions.

Commemoration of the 75th anniversary of the National Sample Survey (NSS) at Vigyan Bhawan, New Delhi

The inaugural ceremony of the 75th anniversary of the National Sample Surveys (NSS) was organised by the National Statistics Office (NSO) of Ministry of Statistics and Programme Implementation (MoSPI) on 7th February 2025 at Vigyan Bhawan, New Delhi. **Shri Rao Inderjit Singh, Hon'ble Minister of State (I/C) for Statistics & Programme Implementation** was the Chief Guest, Shri **Amitabh Kant, India's G20 Sherpa,** a special invitee, **Dr. Saurabh Garg, Secretary, MoSPI,** Smt Geeta Singh Rathore, DG (NSS), Shri Kishore Kumar, ADG (CQCD), senior officers of MoSPI and other Ministries, field officers of

MoSPI across the country, academicians and researchers from reputed institutions, State Directorate of Economics & Statistics (DES) officers, NSO & NSS Field Officials, media and representatives from International Organisations like the World Bank, ILO, FAO, IMF attended the event.

I had the privilege of attending the 75th anniversary celebrations of the National Sample Surveys (NSS)—a milestone in India's statistical journey. Over the decades, NSS has played a vital role in evidence-based policymaking and strengthening our national data systems. On this special occasion, Shri Rao Inderjit Singh unveiled two Diamond Jubilee publications on the evolution of Household and Enterprise Surveys, reflecting India's commitment to high-quality statistics.

Amitabh Kant, India's G20 Sherpa, also emphasised on innovation in the statistical field and said data is a powerful tool for growth, inclusivity, and competitiveness. He said that innovation and adoption of new technologies will make India more relevant globally. Shri Saurabh Garg highlighted initiatives like generating monthly labour market indicators from PLFS and incorporating provision for providing data at district level. The event showcased NSS's indispensable role in shaping India's statistical framework and guiding its journey towards **Viksit Bharat 2047.**

Key Highlights of the Event : -

Inauguration and Welcome Address: -

- Smt. Geeta Singh Rathore, Director General (NSS), welcomed the attendees.
- It was followed by testimonials from eminent personalities, Dr. C. Rangarajan, Former RBI Governor, Dr. Rajiv Laxman Karandikar, National Statistical Commission (NSC) Chairman and Dr. S.P. Mukherji, Centenary Professor, University of Calcutta. A documentary was presented, highlighting the journey of NSS surveys over the past 75 years and its evolution.
- Rao Inderjit Singh, MoS (I/C) for Statistics & PI, inaugurated the event.
- The Minister emphasized NSS's role in shaping India's policy landscape across employment, consumption, health, and education. He highlighted the government's commitment to innovation, technology adoption, and strengthening the statistical system.

Keynote Addresses and Remarks : -

Shri Amitabh Kant, India's G20 Sherpa, emphasized

- NSS's 75-year impact on India's socio-economic policies.
- The importance of data-driven policymaking for national progress.
- The need for innovation and new technologies to keep India globally competitive.

Dr. Saurabh Garg, Secretary, MoSPI

- He congratulated NSS for its reliable data contributions.
- He acknowledged the National Statistics Office (NSO) for improving data accessibility and timely survey results.

Expert Panel Discussions – 1:

Topic: "Future Ready Indian Statistical System for Viksit Bharat @ 2047"

Moderated by: Dr. Dalip Singh, ADG, ESD, MoSPI

Panelists:

1. Prof. Chetan Ghate, Director, Institute of Economic Growth (IEG), New Delhi
2. Dr. Shalabh, Professor, Department of Mathematics and Statistics, IIT Kanpur
3. Ms. Aditi Chaubal, Associate Professor, IIT Bombay
4. Mr. Marcin Piatkowski, Program Leader, Prosperity, The World Bank

Key Discussions

- Bridging data gaps.
- Role of AI and Machine Learning in surveys.
- Real-time data generation for policy impact.
- Strengthening public-private partnerships for data innovation.

Expert Panel Discussions - 2

Topic: "The Importance of Alternative Data Sources in Shaping Economic Policies"

Moderated by: Shri Praveen Srivastava, Former Secretary & Chief Statistician of India, MoSPI

Panelists:

1. Ms. Debjani Ghosh, Distinguished Fellow, NITI Aayog
2. Dr. Ashish Kumar, Former DG, MoSPI
3. Dr. Himanshu, Associate Professor, JNU

4. Prof. Abhiroop Mukhopadhyay, ISI, Delhi
5. Dr. Rajesh Shukla, MD & CEO, PRICE

Key Discussions:

- Explored the growing role of alternative data in policymaking and how it can be integrated into India's national statistical system.
- Emphasized the importance of creating a centralized architecture to integrate data from various stakeholders.
- It also highlighted the need to improve engagement with academic institutions and researchers.
- For better data utilization, the focus was on enhancing the interoperability of different data sources.
- Additionally, there was a suggestion to enrich the NSS (National Sample Survey) data by calibrating it with alternative data sources.

Summary	Details
Why in the news?	75th Anniversary of the National Sample Survey (NSS): A Milestone Celebration
Occasion	75th Anniversary of NSS
Date & Venue	7th February 2025, Vigyan Bhawan, New Delhi
Organized by	Ministry of Statistics and Programme Implementation (MoSPI)
Chief Guest	Rao Inderjit Singh, Hon'ble MoS (Independent Charge) for Statistics & Programme Implementation
Keynote Speaker	Shri Amitabh Kant, India's G20 Sherpa
Welcome Address	Smt. Geeta Singh Rathore, Director General (NSS)
Panel Discussions	1. Future Ready Indian Statistical System for Viksit Bharat @ 2047 2. Importance of Alternative Data in Policymaking
Key Topics Discussed	– AI & Machine Learning in surveys – Real-time data collection – Public-private partnerships for data – Integration of alternative data sources
Key Outcomes	– Strengthening NSS for future policymaking – Leveraging technology for data collection – Building robust statistical frameworks

Fixed point theorems

Saikat Mazumdar

Year of admission : 2005

We start with a simple example. Consider a continuous map $F : [0, 1] \to [0, 1]$. By the intermediate value theorem it follows that there always exists a point $\xi \in [0, 1]$ such that $f(\xi) = \xi$. Such a point x satisfying $\boxed{x = F(x)}$ is called a **fixed point** of F. So, a continuous map $F : [0, 1] \to [0, 1]$ always has a fixed point.

It turns out that the fixed points are incredibly useful, both as a concept and as a tool, and provide a unified framework to study many diverse mathematical problems. Often, a fixed point interpretation provides deeper insights and reveals new connections. In this short note, I will mention two well-known examples of fixed point theorems and how it is used to derive some landmark mathematical results. The first example will be of topological nature, extending the starting example to higher dimensions. The second example is of an analytical nature and is a key step in the proof of the inverse function theorem and also obtain the existence of solutions of differential equations, working in infinite dimensional function spaces. I will deliberately skip the details, and the goal is to outline the ideas involved. Also, I will be skipping the historical development of the results, but I will provide references where the interested reader will find many useful references along with further results and complete proofs.

Brower Fixed Theorem

Let $\mathbb{B} := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$ denote the (open) unit ball in $\mathbb{R}^2$, and the unit circle $\mathbb{S} := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$ the boundary of $\mathbb{B}$. The Brower fixed point theorem is equivalent to the mathematical fact that one cannot retract the closed ball to its boundary circle without creating a rupture or hole. This simple-sounding but notoriously difficult-to-prove statement is a reflection of the fact that the ball and its boundary are topologically distinct.

Brower Fixed point theorem : Every continuous map $F : \overline{\mathbb{B}} \to \overline{\mathbb{B}}$ has a fixed point in $\overline{\mathbb{B}}$. That is, for any continuous map $F : \overline{\mathbb{B}} \to \overline{\mathbb{B}}$ there always exists a point $\xi \in \overline{\mathbb{B}}$ such that $\xi = F(\xi)$.

**email* : saikat.mazumdar@iitb.ac.in, *webpage* : https://www.math.iitb.ac.in/ saikat/

This is equivalent to the no-retraction theorem.

Borsuk no-retraction theorem : There cannot exist a continuous map $F : \mathbb{B} \to \mathbb{S}$ such that $F(p) = p$ for all $p \in \mathbb{S}$.

To see the equivalence, first suppose that there exists a continuous map $\pi : \mathbb{B} \to \mathbb{S}$ such that $\pi(p) = p$ for all $p \in \mathbb{S}$. Such a map is called a retraction or projection. Now let $\sigma : \mathbb{S} \to \mathbb{S}$ be defined by $\sigma(p) = -p$. So σ is a continuous map $\mathbb{S} \to \mathbb{S}$ without any fixed points. Then the continuous map $\sigma \circ \pi : \mathbb{B} \to \mathbb{S} \hookrightarrow \mathbb{B}$, cannot have a fixed point, which is a contradiction to the Brower Fixed point theorem. On the other hand, suppose there exists a continuous map $f : \mathbb{B} \to \mathbb{B}$ without any fixed points. Then $z - f(z) \neq 0$ for all $z \in \mathbb{B}$ and this determines a direction. Then for any $z \in \mathbb{B}$ the line starting at z in the direction of $f(z)$ cuts the boundary circle $\mathbb{S}$ at some point $p \in \mathbb{S}$. This defines a continuous retraction of the ball to its boundary circle, a contradiction. It is highly instructive to draw some pictures and try to fill in the details of the above sketch of the proof. For details, see the references.

The above theorems are proved typically using Degree theory (which generalizes the notion of the degree of a polynomial for continuous functions). A very nice analytical proof can be found in [5]. I also list below some other landmark results of a similar nature.

- Jordan Separation theorem: A simple closed curve (Jordan curve) in $\mathbb{R}^2$. divides the plane $\mathbb{R}^2$ into an interior and an exterior.
- Invariance of domain theorem: An injective continuous function maps open sets to open sets.
- Hairy ball theorem: An even-dimensional sphere does not admit any continuous field of non-zero tangent vectors.

The Brower Fixed point theorem and the no-retraction theorem admit obvious generalisations to higher dimensional balls and its boundary spheres. In fact, the Brower Fixed point theorem also holds for convex compact sets in any finite dimensional vector space, and one can apply the Brower fixed point theorem to show the existence of Nash equilibria in game theory.

Banach Fixed Theorem

Fixed point formalism can be used to invert a given map. For example, given y in some space X, finding x such that $g(x) = y$ is equivalent to finding a fixed point of $F(x) = g(x) - y + x$. Note, if $X = \mathbb{R}$ and $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is a continuous function, then the fixed points of F are points x where the graph of F intersects the line $y = x$. In practice and in applications to concrete problems, X is often an infinite dimensional linear space consisting of an appropriately chosen class of functions.

To do analysis, it is desirable that the space X is a complete metric space, that is, every Cauchy sequence in X has a limit in X. If X is a vector space, has a norm and is complete with respect to the norm, then X is called a Banach space. Common examples are Euclidean spaces $\mathbb{R}^n$ with the standard Euclidean norm, and the space of continuous functions on the closed interval [0, 1], denoted by $C[0, 1]$, with the supremum norm.

Coming back to the question of finding a fixed point of a continuous map $F : X \to X$, start with any $x_0 \in X$ and iteratively define $x_1 = F(x_0)$, $x_2 = F(x_1)$ . . ., $x_{m+1} = F(x_m)$. So we have constructed a sequence (x_m) in X, and the crucial question is when does such a sequence (x_m) converge to a point in X. Note that if xm_* is a fixed point then $x_{m_*} + \ell = x_{m_*}$ for all $\ell \geq 1$ and we stop. Now if $x_\infty = \lim_{m\to\infty} x_m$ exists, then by continuity it follows that $x_\infty = F(x_\infty)$, that is, x_∞ is a fixed point of F. So, we need to find a good condition that will ensure the convergence of any such sequence (x_m) in X.

Suppose for some constant $0 < C < 1$ the map $F : X \to X$ satisfies : $\| F(x) - F(y) \|_X \leq C \| x - y \|_X$ for all $x, y \in X$. Then F is called a contraction map. Here $\|\cdot\|_X$ denotes the norm (distance) on the Banach space X. Heuristically, this means that the distance between the images $F(x)$ and $F(y)$ of x and y respectively under the mapping F is strictly smaller than the distance between x and y. Coming back to our sequence (x_m), it implies the successive points in the sequence are getting nearer to one another and the sequence (x_m) is in fact Cauchy. Then by the completeness property of X it follows that $x_m \to x_\infty$ in X. This is the content of the following important result.

Banach Fixed point theorem : Let X be a Banach space and let $F : X \to X$ be a contraction map, then F has a unique fixed point in X.

Let me now illustrate how the Banach Fixed point theorem can be used to obtain existence results. Consider the ordinary differential equation:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f(x), \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

This is called an *initial value problem*. Here f is a given continuous function, and the value $x_0 \in \mathbb{R}$ is also given. We want to find the unknown function $x = x(t)$, which is differentiable, satisfies $x'(t) = f(x(t))$ whenever it is defined and such that $x(0) = x_0$. Integrating both sides of the equation w.r.t. the t variable and using the fundamental theorem of calculus gives that

$$x(t) = x(0) + \int_0^t f(x(s))\,ds$$

Differentiating back this relation gives: $x(t)$ solves the given differential equation if and only if it satisfies the above integral equation. Note that the right-hand side of the equation itself depends on the unknown function, a nonlinear phenomenon, and we cannot simply integrate to find the solution x. So how can we guarantee the existence of a unique solution satisfying the initial value problem for a reasonably nice f ?

We observe that the solution curve $x(t)$ is a fixed point of the mapping $\gamma \mapsto x_0 + \int_0^t f(\gamma(s))\,ds$ Defining $T(\gamma)(t) := x_0 + \int_0^t f(\gamma(s))\,ds$, it will follow from the Banach fixed point theorem that the map T will have a unique fixed point and hence a solution to the differential equation if T is a contraction. We have

$$|T(\gamma_1)(t) - T(\gamma_2)(t)| = \left| \int_0^t f(\gamma_1(s)) - f(\gamma_2(s))\,ds \right| \le \int_0^t | f(\gamma_1)(s) - f(\gamma_2(s)| \,ds .$$

Suppose f is a bounded Lipschitz function, that is, $|f(x)| \le M \;\; \forall x \in \mathbb{R}$ for some fixed M and $|f(x) - f(y)| \le K|x - y| \;\; \forall x, y \in \mathbb{R}$ for some fixed M. Then we can write

$$|T(\gamma_1)(t) - T(\gamma_2)(t)| \le \int_0^t | f(\gamma_1)(s) - f(\gamma_2(s))| \,ds \le K \int_0^t |\gamma_1(s) - \gamma_2(s)|\,ds$$

$$\le K \int_o^t \sup_{0 \le s \le t} \{|\gamma_1(s) - \gamma_2(s)|\}\,ds \le \sup_{0 \le s \le t} \{|\gamma_1(s) - \gamma_2(s)|\} Kt$$

Choosing $\delta > 0$ such that $K\delta < 1$ gives:

$$\sup_{0 \le t \le \delta} \left| T(\gamma_1)(t) - T(\gamma_2)(t) \right| \le \underbrace{K\delta}_{<1} \sup_{0 \le s \le t} \{|\gamma_1(s) - \gamma_2(s)|\}.$$

This implies that T is a contraction on the space of continuous functions on the closed interval $[0, \; \delta]$ with the supremum norm, denoted by $C[0, \; \delta]$. By the

Banach fixed point theorem T has a unique fixed point γ_* in space $C[0,\ \delta]$. Then $T(\gamma_*)(t) = \gamma_*(t)$ for all $0 \le t \le \delta$, that is

$$\gamma_*(t) = x_0 + \int_0^t f(\gamma_*(s))\,ds.$$

Differentiating the above relation w.r.t. to t gives that $\gamma_*(t)$ is a unique solution of the differential equation $\left\{\frac{dx}{dt} = f(x)\right.$ for $0 < t < \delta$ with $x(0) = x_0$. So we get the existence and uniqueness of solutions to the initial value problem using the Banach fixed point theorem provided f is a Lipschitz function.

The proof of the standard inverse function theorem also crucially uses the Banach fixed point theorem. I will conclude by mentioning some references.

References

[1] Victor Guillemin and Alan Pollack, *Differential topology*, AMS Chelsea Publishing, Providence, RI, 2010.

[2] Morris W. Hirsch, *Differential topology*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 33, Springer- Verlag, New York, 1994.

[3] J. Mawhin, *Simple proofs of various fixed point and existence theorems based on exterior calculus*, Math. Nachr. 278 (2005), no. 12-13, 1607-1614.

[4] John W. Milnor, *Topology from the differentiable viewpoint*, University Press of Virginia, Charlottesville, VA, 1965.

[5] John Milnor, *Analytic proofs of the "hairy ball theorem" and the Brower fixed-point theorem*, Amer. Math. Monthly 85 (1978), no. 7, 521-524.

[6] Enrique Outerelo and Jesu′s M. Ruiz, *Mapping degree theory*, Graduate Studies in Mathematics, vol. 108, American Mathematical Society, Providence, RI; Real Sociedad Matema′tica Española, Madrid, 2009.

[7] Michael Spivak, *Calculus on manifolds. A modern approach to classical theorems of advanced calculus*, W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1965.

[8] Eberhard Zeidler, *Nonlinear functional analysis and its applications. I*, Springer-Verlag, New York, 1986.

অলৌকিক প্ল্যানচেট

তন্ময় দত্ত

ভর্তির বছর : ২০০২

“মাসিক ভাড়া কত পড়বে সেটা না জানা অবধি, আমার পক্ষে কিছু মনস্থির করা সম্ভব নয় নিকুঞ্জবাবু।” সমর বলল।

নিকুঞ্জবাবু গলায় মধু ঢেলে বললেন, “তা আপনি যা ভাল বোঝেন তাই দেবেন। অগ্রিম বাবদ যে কিছু দিতে হবে না সে কথা তো আগেই বলেছি।”

সমর একটু ভেবে দেখল। বাড়িটা তার বেশ পছন্দই হয়েছে। একতলা ছোট বাড়ি। দুটো কামরা, আলাদা রান্নার জায়গা আর বাড়ির পেছনে একটা পাতকুয়ো। বাড়ির সদর দরজার বাইরে একটুকরো বাঁধানো রোয়াক। তার একার পক্ষে এ তো রাজপ্রাসাদ।

নিকুঞ্জবাবু সমরকে চুপ করে থাকতে দেখে বললেন, “এই বাড়ি আসলে আমার শ্বশুরমশাইয়ের সম্পত্তি। আমার স্ত্রী ওঁর একমাত্র কন্যা। আমার বাড়ি এই সীতাপুরের দুটো স্টেশন পরে মীরপুর জংশনে। শ্বশুরমশাই বিপত্নীক মানুষ ছিলেন, একাই থাকতেন এই বাড়িতে। বছর পনের আগে হঠাৎ মারা যান... তার পর থেকে বাড়ি খালিই পড়ে আছে।”

সমর একটু আশ্চর্য হল। “এত ভাল বাড়ি খালি পড়ে আছে কেন? আপনি এর আগে ভাড়া বা বিক্রির চেষ্টা করেননি?”

“আজ্ঞে, তেমন ভাল খদ্দের পাইনি। তাছাড়া... সেভাবে চেষ্টাও করিনি।” একটু থেমে নিকুঞ্জবাবু আবার শুরু করলেন। ”বাড়ি হল একটা শরীর। আর বাড়িতে বসবাসকারী মানুষজন হল সেই শরীরের আত্মা। আত্মা ছাড়া যেমন কোন জীব বাঁচতে পারে না, তেমনই মানুষ ছাড়া বাড়িও বেশিদিন বাঁচে না। তাই... তাছাড়া এখান থেকে আপনার সীতাপুর হাইস্কুল মাত্র পাঁচ মিনিটের হাঁটা পথ। আর কী চাই!

কথাটা অবশ্য মন্দ বলেননি নিকুঞ্জবাবু। স্টেশনের কাছে এখন যে মেসবাড়িতে সমর ভাড়া থাকে, তার আশেপাশে এরকম একটা একতলা বাড়ির ভাড়া কমপক্ষে মাসিক ষাট-পঁয়ষট্টি টাকা হবে। আর সেখান থেকে প্রতিদিন হেঁটে এতটা পথ স্কুলে যাতায়াত করাও সম্ভব নয়। এখন মনে হচ্ছে এই অজ পাড়াগাঁয়ে স্কুলের চাকরিটা না নিলেই ভাল করত সমর। এখানে এখনও পর্যন্ত ইলেক্ট্রিসিটি আসেনি। এমনকি রাতেরবেলা শিয়ালের ডাক পর্যন্ত শোনা যায়! সে কলকাতার ছেলে। তার কাছে এ বড় ভীষণ অভিজ্ঞতা। কিন্তু এই মন্দার বাজারে স্কুল মাস্টারের চাকরি পাওয়া তো আর কম কথা নয়। মাস গেলে চারশো আশি টাকা মাইনে। সমর বরাবরই ভাল ছাত্র ছিল। কিন্তু বাবা মারা যাবার পর

কোনমতে টেনেটুনে বি.এসসি অবধি পড়াশুনো চালিয়েছে। তারপর একরকম বাধ্য হয়েই সংসারের হাল ধরতে, চাকরির সন্ধানে বেরোতে হয়েছে।

সাত-পাঁচ ভেবে সমর ফস করে বলে বসল, "আমি মাসিক পঁচিশ টাকার বেশি এক পয়সাও দিতে পারব না নিকুঞ্জবাবু।" ভেবেছিল নিকুঞ্জবাবু দরাদরি করবেন, কিন্তু তিনি এককথায় রাজি হয়ে গেলেন। সমরের মনে একটু সন্দেহ হল বটে, কিন্তু তাতে বিশেষ আমল দিল না। মাইনের টাকা থেকে পয়সা বাঁচিয়ে তাকে বাড়িতেও নিয়মিত টাকা পাঠাতে হবে। সুতরাং অত ভাবলে তার চলবে না। কিন্তু নিকুঞ্জবাবুর এমন উদারতার কোন যুক্তিসঙ্গত কারণ সে খুঁজে পেল না।

আসল কারণটা বোঝা গেল পরদিন স্কুলে গিয়ে।

হেডমাস্টার ননীবাবু ভীষণ ভালোমানুষ। সমর কলকাতা থেকে ভাল পাশ দিয়ে এই গ্রামের স্কুলে পড়াতে এসেছে, তাই তাকে রীতিমত স্নেহ করেন তিনি। সে যে সস্তায় একটা উপযুক্ত বাড়ি খুঁজছে, তা তিনি জানতেন। তাই বাড়ির সন্ধান পাওয়ার খবরটা শুনে, তিনি জিজ্ঞেস করলেন, "তুমি কি মিত্তিরদের বাড়িটার কথা বলছ? মানে, স্কুল থেকে যে রাস্তাটা শ্মশানের দিকে চলে গেছে সেই রাস্তার শেষপ্রান্তে যে পুরনো বাড়িটা রয়েছে, তুমি কি সেটার কথাই বলছ?"

সমর ঘাড় নাড়ল। একটু ইতস্তত করে ননীবাবু বললেন, "আমার মতে, ওই বাড়িটা তোমার না নেওয়াই ভাল। ওটার একটু বদনাম আছে বলে শুনেছি। আর সেই কারণেই বাড়িটা বহুদিন খালি পড়ে থাকা সত্ত্বেও, বিক্রি বা ভাড়া হয়নি।"

সমর একটু অবাক হয়ে বলল, "বদনাম মানে? আমার তো বাড়িটা বেশ পছন্দই হয়েছে। আমি বরাবরই একটু হাত-পা ছড়িয়ে থাকতে অভ্যস্ত। আমাদের কলকাতার বাড়িতে, আমার একটা নিজস্ব ঘর ছিল। সত্যি বলতে কি, স্টেশনরোডের ওই মেসবাড়িতে আমার দম বন্ধ হয়ে আসে।"

ননীবাবু আর কিছু বললেন না। শুধু বললেন, "ছুটির পর মেসে ফেরার আগে, আমার সাথে একবার দেখা করে যেও।"

'ঢং-ঢং' করে স্কুলের ছুটির ঘন্টা পড়ল। ছেলেদের দল হৈ-হৈ করে বেরিয়ে পড়ল যে যার ক্লাসঘর থেকে ভিড়টা একটু পাতলা হতে, সমর হেডমাস্টারের ঘরে ঢুকল, "আসব স্যার?"

"আরে সমর, এসো-এসো। এঁর সঙ্গে তোমার আলাপ হয়েছে নিশ্চই? ইনি ইতিহাসের অমিয়বাবু।"

এবারে সমরের দৃষ্টি গেল টেবিলের এপাশে বসা দ্বিতীয় ব্যক্তির দিকে। এঁকে সমর বিলক্ষণ চেনে। স্কুলের প্রথমদিন সবার সাথেই তার পরিচয় হয়েছিল। আর এই দেড়মাসে বেশ কয়েকজনের সঙ্গেই তার ঘনিষ্ঠতাও হয়েছে। তবে ইনি সেই দলে পড়েন না। কারণটা হয়তো বয়সের কিছুটা ফারাকের জন্য।

সমর একটু হেসে, অমিয়বাবুর পাশের চেয়ারে বসল। ননীবাবু এবার গলা ঝেড়ে নিয়ে বললেন, "শোন সমর, অমিয়বাবু ওই মিত্তিরদের বাড়ির কাছাকাছিই থাকেন। বলতে পারো উনি ওই বাড়ির নিয়ারেস্ট নেবার...।" এই অবধি বলে ননীবাবু একটু থামলেন, যেন একটু ইতস্তত করছেন। সমরের কাছে ব্যাপারটা এখনও ঠিক পরিষ্কার হয়নি। তাই সে ননীবাবুর মুখের দিকে চেয়ে রইল।

ধুতির খুঁটে চশমার কাঁচ মুছতে-মুছতে ননীবাবু বললেন, "ভুতুড়ে বাড়ি হিসেবে ওই বাড়িটার একটা বদনাম আছে এই তল্লাটে। গভীররাতে মাঝে-মাঝে ওই বাড়ির সামনের ঘরটিতে মোমবাতির আলো দেখা যায়। অনেকে রাতবিরেতে নানারকম শব্দও শুনেছে। আজ সকালে তোমার মুখে মিত্তিরদের বাড়িটার কথা শোনার পর আমি অমিয়বাবুকে ডেকে পাঠাই। উনি এই অঞ্চলের পুরোনো মানুষ। তাই ওই বাড়িটার সম্বন্ধে আমার চেয়ে বেশি খবরাখবর রাখেন। বাকিটা তুমি ওঁর মুখেই শোনা।"

অমিয়বাবু এবার একটু নড়েচড়ে বসলেন। তারপর ওই বাড়ির যে সংক্ষিপ্ত ইতিহাস বর্ণনা করলেন, তার সারমর্ম অনেকটা এইরকম: মিত্তির'রা এই অঞ্চলের ধনীদের মধ্যেই পরিগণিত হতেন। তাঁদের ছিল কাঠের ব্যবসা। ওই বাড়িটা ছাড়াও এ অঞ্চলে তাঁদের আরও বেশ কয়েকখানা বাড়ি ছিল। কিন্তু ক্রমশ ব্যবসায় মন্দার দরুণ অবস্থার দ্রুত অবনতি ঘটে। একে-একে অন্য সব বাড়িগুলি বিক্রি হয়ে গিয়ে, ওই একটিতে এসে ঠেকে। ওই বাড়িতে শেষ যিনি বাস করতেন - অর্থাৎ নৃপেন মিত্তির - তিনি বিপত্নীক ছিলেন। একমাত্র মেয়ের অল্প বয়সেই বিয়ে দিয়ে তিনি একাই ওই বাড়িতে বসবাস করতেন। ভদ্রলোকের নাকি নানারকম উদ্ভট খেয়াল ছিল। কাছেই শ্মশান থেকে মড়ার মাথার খুলি, হাড়গোড় এসব এনে বাড়িতে জড়ো করতেন। লোকে বলে উনি নাকি তন্ত্রসাধনা করতেন। বছর পনের আগে একদিন ওই বাড়ির সামনের ঘরটিতে ওঁর পচাগলা মৃতদেহ পাওয়া যায়। একা থাকতেন, তাই কবে-কখন মারা গিয়েছেন কেউ জানতে পারেনি। বাড়ি থেকে পচা মড়ার বিকট গন্ধ পেয়ে, গাঁয়ের লোকে থানায় খবর দেয়। থানা থেকে দারোগাবাবু এসে মৃতদেহ উদ্ধার করে নিয়ে যান। তারপর থেকেই বাড়িটি ভুতুড়ে বলে বদনাম রটে যায়।

অমিয়বাবু একটু থেমে এবার বললেন, "ভূতপ্রেতের কথা আমি জানি না মশাই। তবে গভীর রাতে মোমবাতির আলো আমার নিজের চোখে দেখা। আরও একটা বিশেষ ব্যাপার হল, ওই আলো দেখা যায় শুধুমাত্র অমাবস্যার রাতেই। অন্য কোনদিন নয়।"

ঘরের পরিবেশটা বেশ থমথম করছে। সমর এতক্ষণ মন দিয়ে শুনছিল। এবার জিজ্ঞেস করল, "আপনার কোনদিন মনে হয়নি, নিজে ব্যাপারটা খোঁজখবর করার?"

"কৌতূহল একেবারেই যে হয়নি, তা নয়। কিন্তু সত্যি বলতে কি, আমি ঠিক ততটাও সাহসী নই যে একা মাঝরাতে ওই বাড়িতে গিয়ে চড়াও হব।"

ননীবাবু এবার বললেন, "সবই তো শুনলে। তাই বলি কি, ওই বাড়ি ভাড়া নেওয়ার মতলব তুমি

মন থেকে ঝেড়ে ফেল। একান্তই যদি স্কুলের কাছে আর কোন ভাল বাড়ির সন্ধান না পাও তো স্টেশনের কাছেই একটা কিছু জুটিয়ে নাও। একখানা সাইকেল কিনে নাও, তাতেই দু'বেলা স্কুলে যাতায়াত করবে।"

সেদিনকার মত আলোচনা ওখানেই মুলতুবি হল। কিন্তু সমর মনে-মনে ঠিক করল, এইসমস্ত গুজবে সে কান দেবে না। এত সস্তায়, স্কুলের এত কাছে, এমন চমৎকার একটা বাড়ি পাওয়া সত্যি ভাগ্যের ব্যাপার। তাছাড়া সে বিজ্ঞানের ছাত্র, ওসব ভূত-টুতের বুজরুকি তার ধাতে সয়'না।

পরদিন সকালেই সে নিকুঞ্জবাবুকে পাকা কথা দিয়ে দিল। সামনের মাসের এক তারিখ থেকে সে ওখানে থাকবে। সামান্য কিছু রান্নাবান্নার সরঞ্জামের বন্দোবস্ত নিকুঞ্জবাবুই করে দেবেন। সেই বাবদ তাঁকে কিছু মূল্য ধরে দিলেই হবে। অগ্রিম বাবদ যে একটি পয়সাও দিতে হচ্ছে না এইটাই মস্ত একটা নিশ্চিন্তি।

অমিয়বাবু ও ননীবাবুও খবরটা যথা সময়ে পেলেন। ননীবাবু যদিও সমরকে ফের খানিকটা বুঝিয়ে-সুঝিয়ে নিরস্ত্র করার চেষ্টা করলেন, অমিয়বাবু কিন্তু বেশ উৎসাহই দিলেন। পিঠ চাপড়ে বললেন, "এই নাহলে বাঙালীর সাহস!" এগিয়ে যান মশাই, আমি আপনার সঙ্গে আছি।"

এরপর অমিয়বাবুর সঙ্গে সমরের একটা হৃদ্যতা গড়ে উঠল। সমরকে তাঁর বেশ পছন্দ হয়েছে। সম্পর্কটা ক্রমে আপনি থেকে তুমি'তে নেমে এল। সমরও অমিয়বাবুকে এখন "অমিয়দা, আপনি" বলে সম্বোধন করে।

যাইহোক পরের মাসের এক তারিখে সমর মেসবাড়ি ছেড়ে মিত্তিরবাড়িতে উঠে এল। বাইরের ঘরে টেবিল- চেয়ার-আলমারি আর ভেতরে ঘরে তক্তাপোষ আর টুকটাক কিছু আসবাবপত্র আগে থেকেই ছিল। তাই সমরকে বিশেষ কিছুই কিনতে হল না।

দেখতে-দেখতে সপ্তাহখানেক নিরুপদ্রবেই কেটে গেল। এখন সমর নিয়মিত অমিয়বাবুর সঙ্গেই একসাথে স্কুলে যাতায়াত করে। মিত্তিরবাড়িতে আসা অবধি সমরের এখনও পর্যন্ত কোন সমস্যা হয়নি। তাই তার মনে বদ্ধমূল ধারণা হল যে এই বাড়ি সম্বন্ধে লোকমুখে যা রটেছে, তা স্রেফ গুজব। হয়তো কাছেই শ্মশানঘাট আছে বলে কিংবা মিত্তিরমশাইয়ের অপঘাতে মৃত্যু হয়েছিল বলে, লোকে এসব রটিয়েছে।

সেদিন বিকেলে স্কুল থেকে ফেরার পথে, অমিয়বাবু সমরকে বললেন, "আজকের দিনটা খেয়াল আছে ভায়া? আজকে কোন তিথি?"

সমর চট করে কিছু ভেবে পেল না। অমিয়বাবু নিজে থেকেই বললেন, "আজ অমাবস্যা। মিত্তিরবাড়িতে তোমার প্রথম অমাবস্যা। তাই আজকের রাতটা একটু সাবধানে থেকো। কোনরকম অস্বস্তি অনুভব করলে সোজা আমার বাড়ি চলে এসো।"

রাতের খাওয়া-দাওয়া সেরে হ্যারিকেনের আলোটা কমিয়ে দিয়ে সমর শুয়ে পড়ল। কিন্তু আজ সহজে ঘুম আসতে চাইলো না। অমিয়বাবুর কথাটা বারবার মাথার মধ্যে ঘুরপাক খেতে লাগল। "আজ অমাবস্যা। আজকের রাতটা একটু সাবধানে থেকো।"

মনের অস্বস্তি কাটানোর জন্য, সমর বিছানা ছেড়ে উঠে পড়ল। আলোটা ফের একটু উস্কে দিয়ে, সদরের দরজা খুলে, বাড়ির বাইরে বেরিয়ে এল। আজ আকাশে চাঁদ নেই। তাই চারিদিক মিশকালো অন্ধকার। বাড়ির সামনের রোয়াকে কিছুক্ষণ বসে থেকে, সমর ঘরে ফিরে এল। তারপর দরজায় খিল দিয়ে, শুয়ে পড়ল বিছানায়।

রাত তখন ক'টা বাজে, কে জানে! হঠাৎ একটা শব্দে সমরের ঘুম ভেঙে গেল। মনের ভুল ভেবে সে আবার চোখ বুজল। কিন্তু পরক্ষণেই শব্দটা আবার হল। ঠিক যেন দরজা বা জানলা খোলার "ক্যাঁচ" শব্দের মত। আওয়াজটা এসেছে বাইরের ঘর থেকে। সমর বিছানায় উঠে বসে কয়েক মুহূর্ত অপেক্ষা করল। আবার হল শব্দটা... এবারে আর কোন ভুল নেই। ঠিক যেন কেউ পাশের ঘরে টেবিলটা টেনে সরাল।

সমর নিঃশব্দে বিছানা ছেড়ে উঠে পড়ল। নির্ঘাত চোর। চোর যাতে সটকে না পড়তে পারে, তাই বাতি না জ্বালিয়ে হাতে টর্চ নিয়ে সে শোবার ঘরের দরজা খুলে বাইরের ঘরে উঁকি দিল। কিন্তু সে যা দেখল, তাতে রীতিমত ভ্যাবাচ্যাকা খেয়ে গেল। বাইরের ঘরের দরজা-জানলা সব যেমন বন্ধ ছিল, তেমনই রয়েছে। শুধু টেবিলটা কেউ ঘরের মাঝখানে ফাঁকা জায়গায় টেনে এনেছে, আর তার ঠিক মধ্যিখানে জ্বলছে একটা বড়, মোটা মোমবাতি।

সমর বেশ অবাক হল। চোরই যদি হবে, তবে কি সে এত শব্দ করে আলো জ্বালিয়ে চুরি করবে? ব্যাপারটা রীতিমত গোলমেলে। খানাতল্লাসি করেও তেমন কিছু সন্দেহজনক সে পেল না।

হাল ছেড়ে দিয়ে যখন সে শুতে যাবে বলে ভাবছে, ঠিক তখনই সদরের দরজায় মৃদু কড়া নাড়ার শব্দ হল। ব্যাপারখানা এতটাই আকস্মিক যে সমরের সারা শরীর রীতিমত কেঁপে উঠল। কয়েক মুহূর্ত তার গলা দিয়ে কোন স্বর বেরোলো না। ফের কড়া নাড়ার শব্দ হল।

'কে?' সমর কোন রকমে প্রশ্ন করল। "কে ওখানে?"

"আজ্ঞে আমি!" দরজার বাইরে থেকে একটা খসখসে অচেনা গলায় উত্তর এল।

"আমি কে? নাম কী?" সমর এবার একটু গলার সুর চড়াল। প্রাথমিক ভয়টা তার কেটে গেছে।

সেই খসখসে কণ্ঠস্বর আবার বলল, "নাম বললে কি আমায় চিনবেন? আমার নাম শ্রী নৃপেন্দ্র নারায়ণ মিত্র। আমি কাছেই থাকি।"

"তা, এত রাতে কী মতলবে?"

"দরজাটা যদি একবার খোলেন, তাহলে দুটো কথা বললেই সব পরিষ্কার হয়ে যাবে।"

সমর একটু ইতস্তত করে শেষপর্যন্ত দরজাটা খুলল। বাইরের রোয়াকের সামনে এক ভদ্রলোক দাঁড়িয়ে আছেন। টর্চের সামান্য আলোয় ভদ্রলোকের বয়স আন্দাজ করা মুশকিল, তবে চুলে পাক ধরেছে। চেহারার গড়ন রোগাটে। চোখে মোটা কাঁচের চশমা।

ভদ্রলোক করজোড়ে নমস্কার করলেন। "ভেতরে আসতে পারি?"

তাঁকে নমস্কার জানিয়ে ভেতরে আসতে বলল সমর। ভদ্রলোক ঘরে এসে একটা চেয়ার টেনে নিয়ে বসলেন। "আজ্ঞে আপনাকে এত রাতে বিরক্ত করার জন্য অত্যন্ত দুঃখিত। কিন্তু আপনার বাড়ির এই বাইরের ঘরটা আমরা বিগত পনের বছর যাবৎ প্রতি অমাবস্যার রাতে ব্যবহার করে আসছি। এতদিন তো বাড়িটা খালিই পড়ে ছিল, তাই আমাদের কোন অসুবিধা হয়নি। এখন আপনি আসা'তে...।" ভদ্রলোক চুপ করলেন।

সমর বলল, "আমরা বলতে...! আপনার সঙ্গে আরও কেউ আছে নাকি?"

"প্রথমে অবশ্য আমি একাই শুরু করেছিলাম। তারপর ক্রমে একে-একে আরও তিনজন আমার দলে যোগ দিয়েছে।"

"আপনার দলে যোগ দিয়েছে...! মানে? আপনাদের কি কোন ডাকাতদল আছে নাকি?" সমরের বেশ মজা লাগছিল। এই চিমড়ে চেহারার আধবুড়ো লোকটা বলে কী?

"আজ্ঞে না। আমরা প্রতি অমাবস্যার রাতে এই ঘরে বসে প্ল্যানচেট করি। প্ল্যানচেট কাকে বলে, জানেন তো?"

সমর প্ল্যানচেটের অর্থ বিলক্ষণ জানে। প্ল্যানচেট হল একরকম প্রক্রিয়া যার সাহায্যে মৃত বিদেহী আত্মাকে আহ্বান করা হয়। এবং সম্ভব হলে সেই আত্মার সঙ্গে কোন মিডিয়াম বা মাধ্যমের সাহায্যে যোগস্থাপন করে কথাবার্তা চালানো হয়। এই বিষয়ে সমর কিছু বইপত্রও পড়েছে বটে, তবে ব্যক্তিগত কোন অভিজ্ঞতা তার নেই। ভদ্রলোকের প্রশ্নের উত্তরে মৃদু মাথা নেড়ে সমর জিজ্ঞেস করল, "তা আপনার বাকি সঙ্গীরা কোথায়?" "তারাও এসে পড়বে এখুনি। তবে আপনি যেমনটি ভাবছেন, তেমনটি ঠিক নয়। আমাদের প্ল্যানচেটের ধরণটা একটু আলাদা রকমের।"

সমর বিরক্তির সুরে বলল, "প্ল্যানচেটের আবার রকমফের কী মশাই! মরা মানুষের আত্মা ডাকার নাম করে যতসব বুজরুকি। দেখুন মশাই, মানুষ একবার মরে গেলে সব শেষ। কোষ, কলা, অঙ্গ, তন্ত্র

দিয়ে তৈরি আমাদের এই শরীরটা আবার পঞ্চভূতে মিশে যায়। মৃত্যুর পর বলে আর কিছু নেই। অন্তত বিজ্ঞান তাই বলে।"

ভদ্রলোক কয়েক মুহূর্ত চুপ করে রইলেন। তারপর বললেন, "আমারও শুরুতে আপনার মতই ধারণা ছিল। কিন্তু অতিপ্রাকৃত বিষয় সম্বন্ধে মনের গভীরে একটা তীব্র আকর্ষণ অনুভব করতাম। শ্মশান থেকে মড়ার মাথার খুলি বা হাড় সংগ্রহ করে এনে তন্ত্রমতে মৃত আত্মাদের সাথে যোগস্থাপনের চেষ্টা করতাম। পিশাচ সাধনার পথে কিছুদূর অগ্রসরও হয়েছিলাম। আত্মারা আমার ডাকে সাড়া দিত, আমার সঙ্গে কথা বলত। কিন্তু আমার মৃত্যুর পর সেই পথ আমি ত্যাগ করি। তার পরিবর্তে শুরু করি এই প্ল্যানচেট। কেন এটা আর পাঁচটা সাধারণ প্লানচেটের থেকে আলাদা, সেটা বুঝিয়ে বললেই...

ভদ্রলোককে মাঝপথে থামিয়ে দিয়ে সমর বলল, "এইমাত্র কী বললেন আপনি? আপনার মৃত্যুর পর? কী আবোল-তাবোল বকছেন মশাই?"

ভদ্রলোকের মুখে কোন ভাবান্তর দেখা গেল না। উনি সমরের কথার কোন উত্তর না দিয়ে বলে চললেন, "আমার এই প্ল্যানচেটে আমরা মৃত আত্মার পরিবর্তে জীবিত মানুষের আত্মার সাথে যোগ স্থাপন করি। অর্থাৎ যে মানুষ এখনও বেঁচে আছে, তেমন মানুষের আত্মাকে আহবান করি।"

সমর এবারে বেশ বিরক্ত হল, "মশাই কি মাঝরাতে মস্করা করার জায়গা পাননি? আপনি বলতে চান যে, আপনি নিজে পঞ্চত্বপ্রাপ্তির পর জ্যান্ত মানুষের আত্মাকে প্ল্যানচেট করে ডাকেন? ভাবছেন আমাকে ভয় দেখিয়ে এই বাড়ি থেকে উচ্ছেদ করবেন?"

ভদ্রলোকের মুখখানা এখনও শান্ত, ভাবলেশহীন। সমরের কোন কথাতেই যেন তাঁর মধ্যে কোন রাগ বা বিরক্তি প্রকাশ পাচ্ছে না। গলার সুর খানিকটা নরম করে ভদ্রলোক বললেন, "আপনার যে এতে অসুবিধা হবে সেটা বুঝতে পারছি। আমরা ভেবেছিলাম, প্রতি মাসে তো শুধু একটা রাতের মামলা, অর্থাৎ এই অমাবস্যার রাতটুকু। তাও শুধুমাত্র রাত একটা থেকে তিনটে, এই সামান্য দু ঘন্টা সময় আমাদের কাজ। আপনার ঘুমের ব্যাঘাত না ঘটিয়েই আমরা আমাদের কাজ সেরে চলে যাব। কিন্তু প্রথম রাতেই ব্যাপারটা এমন দাঁড়াবে ভাবিনি। আর তাছাড়া এই বাড়ি যখন আমারই, এইটুকু অধিকার নিশ্চই আমার আছে!!

সমর ফোঁস করে একটা শব্দ করে বলল, "বাড়ি আপনার মানে? আমি নিকুঞ্জবাবুর কাছে কড়কড়ে নগদ টাকায় এই বাড়ি ভাড়া নিয়েছি। বাড়ির আসল মালিক যিনি, সেই নৃপেন মিত্তিরের জামাই হলেন এই নিকুঞ্জবাবু।"

কথাটা বলেই সমরের একটু খটকা লাগল। এই ভদ্রলোকও কী মিত্র যেন নাম বললেন নিজের!

ভদ্রলোক আবার করজোড়ে নমস্কার জানিয়ে বললেন, "আজ্ঞে আমিই নৃপেন মিত্তির। পুরো নাম শ্রী নৃপেন্দ্র নারায়ণ মিত্র। নিকুঞ্জ আমারই জামাতা।"

সমরের গা'টা কেমন শিরশির করে উঠল। মোমবাতির আলোটা দপদপ করে কাঁপছে। সমর কী বলবে, কোন কথা খুঁজে পাচ্ছে না।

সমরকে চুপ করে থাকতে দেখে নৃপেনবাবু বললেন, "আপনি যে অত্যন্ত সাহসী যুবক তা দেখে আমি খুব খুশি হয়েছি।

কোন মতে ঢোক গিলে সমর বলল, 'আমি ঠিক বিশ্বাস করতে পারছি না, যে আপনি...!'

"বিশ্বাস করা যে কঠিন আমি বুঝি। তবে আপনাকে বুঝিয়ে বললে, আপনার বিশ্বাস হবে।" নৃপেনবাবু একটু থেমে আবার শুরু করলেন, "আপনি যখন এইঘরে এসে টেবিলে মোমবাতি জ্বলতে দেখলেন, তখন তো ঘরের সব দরজা-জানলা বন্ধ ছিল। সদরেও খিল দেওয়া ছিল। সেই খিল আপনি নিজে হাতে খুলে আমায় বাড়িতে ঢুকিয়েছেন। তাহলে টেবিল সরিয়ে, তার ওপর মোমবাতি জ্বালাল কে?" সত্যি বলতে, এ প্রশ্নের কোন উত্তর সমরের জানা নেই।

"আসলে আমি তো এখন শুধুই ছায়া। দরজা-জানলা, দেওয়াল আমাদের আটকাতে পারে না। আমিই টেবিল সরিয়ে, মোমবাতি জ্বালিয়ে সব বন্দোবস্ত করে রাখছিলাম। যাতে আমার সঙ্গীরা হাজির হলে, নির্বিঘ্নে আমাদের কাজ শুরু করতে পারি। এমন সময় হঠাৎ আপনি জেগে উঠে এই ঘরে চলে এলেন। তাই আমাকেও হাওয়ায় মিলিয়ে যেতে হল, পাছে আপনি ভয় পান। কিন্তু যখন দেখলাম আপনি ততটা ভয় পাননি, তখন ভাবলাম দেখি না একবার চেষ্টা করে। আপনার সাথে আলাপ জমিয়ে যদি প্রতি অমাবস্যার রাতে আমাদের এই কাজটা চালিয়ে যাওয়ার অনুমতি পাওয়া যায়, তাহলে মন্দ কী? তাতে আপনাকেও এ বাড়ি ছাড়তে হবে না, আর আমাদের কাজটাও আগের মতই নির্বিঘ্নে চলতে পারবে।"

সমরের মনের অবস্থা এখন কথায় বলে বোঝানো মুশকিল। অবিশ্বাস, কৌতূহল আর বেশ খানিকটা ভীতির জগাখিচুড়ি ভাব। সে কোন মতে জিজ্ঞেস করল, "আপনার বাকি তিন সঙ্গী কি জীবিত না মৃত?"

নৃপেনবাবু বললেন, "তাঁরাও আমার মতই অশরীরী, ছায়ামূর্তি। আমরা এমনিতে সূক্ষ্মদেহে চলাফেরা করলেও, প্রয়োজন মত স্থূল দেহরূপ ধারণ করতে পারি। এই যেমন এখন আমি করে রয়েছি।"

সমরের এখনও যেন বিশ্বাস হচ্ছে না যে সে যা দেখছে, যা শুনছে, তা আদৌ সত্যি! নাকি সে ঘুমের মধ্যে স্বপ্ন দেখছে? তার মনে এবার আরেকটা প্রশ্ন উঁকি দিল। সম্ভবত সেটা বুঝতে পেরেই নৃপেনবাবু নিজে থেকেই বললেন, "আপনি নিশ্চই ভাবছেন আমরা জ্যান্ত মানুষের প্ল্যানচেট করি কীভাবে, তাই তো?"

সমর একটা শুকনো হাসি হাসল।

"মহাপুরুষেরা সমাধিস্থ অবস্থায়, তাঁদের স্থূল শরীর ত্যাগ করে সূক্ষ্ম শরীরে মানসভ্রমণ করতে পারেন, শোনেন নি?"

একথা সমর বই'য়ে পড়েছে বটে।

"আত্মা চাইলেই, তার স্থূল শরীর ছেড়ে বেরিয়ে আসতে পারে। প্রত্যেক মানুষের মধ্যেই সেই আশ্চর্য ক্ষমতা লুকিয়ে আছে। কিন্তু তার সঠিক প্রক্রিয়া সাধারণ মানুষ জানে না। মহাপুরুষ ও সাধকরা কঠিন সাধনার মাধ্যমে স্থূল শরীর আর আত্মার মধ্যেকার সেই বন্ধনকে ছিন্ন করার বিদ্যাটি আয়ত্ব করেন।"

"প্রাকৃতিক নিয়মেই, আত্মা ও শরীরের মধ্যে এই সূক্ষ্ম বন্ধনটি সবচেয়ে শিথিল হয়ে পড়ে গভীর রাতে, যে সময় মানুষ নিবিড় ঘুমে আচ্ছন্ন হয়ে থাকে। অর্থাৎ রাত্রি একটা থেকে তিনটের মধ্যে। আমরা ঠিক সেই সময়টিতেই কোন ঘুমন্ত মানুষের শরীর থেকে প্ল্যানচেটের মাধ্যমে তাঁর আত্মাটিকে টেনে বের করে আনি আমাদের কাছে। তারপর আবার যথাসময়ে ফিরিয়ে দিই তাঁর শরীরে। সকালে ঘুম থেকে উঠে তাঁর যদি কিছু মনেও পড়ে, তিনি ভাবেন রাত্রে ঘুমের ঘোরে হয়তো স্বপ্ন দেখেছেন।"

সমর এবার নিজের শরীরের মধ্যে একটা মৃদু কাঁপুনি অনুভব করল। তাঁর মনের ভেতর ক্রমশ অবিশ্বাসের ভাবটা লোপ পেয়ে, তার পরিবর্তে একটা প্রবল ভয়ের ভাব সঞ্চার হচ্ছে। মনে হচ্ছে সে এখুনি অজ্ঞান হয়ে যাবে।

কিন্তু তার পাশাপাশি অনেকগুলো প্রশ্ন তার মাথার মধ্যে ভিড় করে আসছে, যেগুলো সে ঠিক গুছিয়ে উঠতে পারছে না।

নৃপেনবাবু এবার চেয়ার ছেড়ে উঠে দাঁড়িয়ে বললেন, "একটা বাজতে চলল। ওঁদের আসার সময় হয়ে গেল।" চকিতে সমর ঘরের চারপাশে একবার চোখ বুলিয়ে নিল। কোথাও কেউ নেই।

"এবার আপনার শেষ প্রশ্নটির জবাব দেব।" কথাগুলো চিবিয়ে চিবিয়ে উচ্চারণ করলেন নৃপেনবাবু। কোন প্রশ্নের কথা বলছেন তিনি? সমর তো প্রশ্ন করা অনেকক্ষন বন্ধ করে দিয়েছে। তার গলা শুকিয়ে কাঠ হয়ে গেছে, কথা বলার মত শক্তি আর তার নেই।

সেই ভাবলেশহীন খসখসে গলায় নৃপেনবাবু বললেন, "আপনি নিশ্চই ভাবছেন, ঘুমন্ত মানুষের শরীর থেকে বেরিয়ে আসা আত্মা যদি আর তার শরীরে ফিরে যেতে না পারে, তাহলে কী হবে? তাই তো?"

কী আশ্চর্য! সমর ঠিক এই কথাটাই ভাবছিল। কিন্তু উত্তর পাওয়ার আগেই, বন্ধঘরের মধ্যে একঝলক ঠান্ডা বাতাস খেলে গেল। দপদপ করে কেঁপে উঠল মোমবাতির শিখাটা।

"ওই তো, ওঁরা এসে গেছেন।" সমর দেখল, তিনদিকের দেওয়াল ফুঁড়ে তিনটি কালো ছায়ামূর্তি

ঘরের মধ্যে প্রবেশ করল। সমরের শিরদাঁড়া বেয়ে একটা হিমেল স্রোত বয়ে গেল পিঠ থেকে ঘাড় হয়ে মাথার দিকে। মাথাটা ঝিমঝিম করে উঠল তার। চেয়ার থেকে সে গড়িয়ে পড়ল মেঝেতে। পুরোপুরি জ্ঞান হারাবার আগে, সমর আবঝাভাবে দেখতে পেল, তার মুখের ওপর ঝুঁকে পড়েছে চারটি ছায়ামূর্তি। নৃপেনবাবুর সেই খসখসে নিরুত্তাপ গলা শোনা গেল, "আত্মা বিনে শরীর তো একটা মৃতদেহ, তাইনা?" তারপর সব অন্ধকার....

পরদিন সকালে সদর দরজায় কড়া নাড়ার শব্দে সমরের ঘুম ভাঙল। সে ধড়মড় করে উঠে বসল। জানলার কাঁচ দিয়ে বাইরের রোদ্দুর এসে ঘরের মেঝেতে পড়েছে। বোধহয় বেশ বেলা হয়ে গেছে। দরজায় এবার কেউ দুমদুম করে ধাক্কা দিল। সঙ্গে অমিয়বাবুর উৎকণ্ঠায় ভরা কণ্ঠস্বর শোনা গেল, "সমর! কী হল ভায়া, দরজাটা খোল!"

সমর এবার নিজের দিকে তাকাল। টেবিলের পাশে মেঝেতে সে পা ছড়িয়ে বসে আছে। একহাতে এখনও শক্ত করে ধরা রয়েছে টর্চটা। কালকের ঘটনাগুলো তার আস্তে-আস্তে মনে পড়ল সবটুকু। সে গায়ের ধুলো ঝেড়ে মেঝে থেকে উঠে পড়ল। এগিয়ে গিয়ে সদরের দরজা খুলে দেখল, বাইরের রোয়াকে অমিয়বাবু চিন্তিত মুখে বসে আছেন। তাঁকে দরজা খুলে বেরিয়ে আসতে দেখে, হাঁ-হাঁ করে উঠলেন, "কী হয়েছিল ভায়া? প্রায় মিনিট পনের ধরে দরজা ধাক্কাচ্ছি, অথচ তোমার কোন সাড়াশব্দ নেই! আমি তো বেশ ঘাবড়ে গিয়েছিলাম! তাই এখানে বসে- বসে ভাবছিলাম, গাঁয়ের আর পাঁচজনকে ডেকে থানায় একটা খবর দেব কিনা।"

সমর আড়মোড়া ভেঙে অমিয়বাবুর পাশে বসে জিজ্ঞেস করল, "কটা বাজে?"

এমন অবান্তর প্রশ্নে অমিয়বাবু একটু হকচকিয়ে গেলেন। "তা, প্রায় সাড়ে আট'টা হবে।" তারপর আবার বললেন, "তুমি রোজ ভোরে উঠে উনুনে আঁচ দাও, আমার বাড়ি থেকে ধোঁয়ার কুন্ডুলী দেখা যায়। আজ এত বেলা অবধি তা না দেখতে পেয়ে একটু দুশ্চিন্তায় পড়ে গেছিলাম। তাই খবর নিতে ছুটে এলাম। কাল রাতে কিছু দেখলে- টেখলে নাকি?"

সমর একটা দীর্ঘ নিঃশ্বাস ছাড়ল। তারপর গতরাতের সমস্ত ঘটনার বিবরণ দিল।

অমিয়বাবু শুনতে-শুনতে এক-একবার শিউরে উঠছিলেন। আর মাঝে-মাঝে "অবিশ্বাস্য!", "বল কী ভায়া!" "কী ভয়ানক!" এরকম টুকরো মন্তব্য ছুঁড়ে দিচ্ছিলেন। এবার বললেন, "এ তোমার ঘুমের ঘোরে স্বপ্ন নয় তো ভায়া? আচ্ছা বলতো, নৃপেন মিত্তিরকে কেমন দেখতে?"

সমর বুঝতে পারল, অমিয়বাবুর গলায় এখনও অবিশ্বাসের সুর রয়েছে। সে নৃপেনবাবুর চেহারার মোটামুটি একটা বর্ণনা দিল। কাল যেমন দেখেছে। শুনে অমিয়বাবু ধীরে-ধীরে মাথা নাড়লেন। অর্থাৎ সমরের বর্ণনা, অমিয়বাবুর চেনা চেহারার সাথে হুবহু মিলে যাচ্ছে। অথচ নৃপেন মিত্তিরের চেহারার সঙ্গে সমরের কোন পূর্বপরিচিতি নেই। অর্থাৎ কাল রাতে যিনি এসেছিলেন, তিনি নৃপেন্দ্র নারায়ণ মিত্র'ই বটে। তাতে আর কোন সন্দেহ নেই।

অমিয়বাবু বললেন, "এসব শুনে, দিনের বেলাতেও আমার গায়ে কেমন কাঁটা দিচ্ছে দেখ। তুমি বলে এখনও বেঁচে আছ। তোমার জায়গায় আমি থাকলে, কাল রাতেই হার্টফেল করে মারা যেতাম।"

দুজনে কিছুক্ষন চুপচাপ পাশাপাশি বসে রইলেন। তারপর অমিয়বাবু বললেন, "নাও, এবার উঠে পড়। স্কুলের সময় হয়ে এল। আজকে আর তোমায় রান্নার জোগাড় করতে হবে না, এমনিতেই অনেক বেলা হয়ে গেছে। তুমি বরং স্নান সেরে আমার বাড়ি চলে এস। ওখানে কিছু মুখে দিয়ে নেবে। তারপর একসঙ্গে স্কুলের পথে রওনা হব।"

সমর উঠে পড়ল। তারপর চিন্তিত মুখে, বাড়ির ভেতর চলে গেল। অমিয়বাবুও উঠে পড়লেন এবার। এতক্ষণ যা একখানা রোমহর্ষক কাহিনী শুনলেন, সত্যি! ভাবা যায় না। পাশেই রোয়াকের ওপর সমরের টর্চটা তাঁর নজরে পড়ল। ভুল করে ফেলে গেছে বোধহয়। তিনি টর্চখানা হাতে নিয়ে সদর পেরিয়ে বাড়িতে ঢুকলেন। বাইরের ঘরের টেবিলে টর্চটা রেখে বেরিয়ে আসার সময়, তাঁর পায়ে কী যেন একটা ঠেকল। চেয়ারটা সরিয়ে মুখ বাড়িয়ে দেখলেন, টেবিলের তলায় হাত-পা ছড়িয়ে পড়ে আছে সমরের মরে কাঠ হয়ে যাওয়া শরীরটা। চোখদুটো যেন ঠিকরে বেরিয়ে আসছে।

——————

The RSA Algorithm: A Cornerstone of Modern Cryptography

Debajyoti Chakraborty

Year of admission : 2004

In today's interconnected world, secure communication is paramount. From online banking to confidential emails, we rely on cryptography to protect our sensitive information. At the heart of many of these security systems lies the RSA algorithm, a public-key cryptosystem that has become a cornerstone of modern cryptography. RSA relies heavily on the mathematical properties of prime numbers, making it a fascinating blend of number theory and cryptographic ingenuity.

The Genesis of RSA

The RSA algorithm was introduced in 1977 by Ron Rivest, Adi Shamir, and Leonard Adleman, researchers at the Massachusetts Institute of Technology (MIT). It was named after the initials of their last names: RSA. The motivation behind its creation was the need for a secure method of transmitting data over insecure channels, such as the internet. At the time, existing cryptographic methods were primarily symmetric, meaning the same key was used for both encryption and decryption. This posed a significant problem in key distribution, as securely sharing the secret key was inherently challenging.

The breakthrough with RSA was the introduction of asymmetric encryption, where two keys are used–a public key for encryption and a private key for decryption. The public key can be shared openly, while the private key is kept secret. This asymmetric nature of RSA revolutionized the field of cryptography, providing a solution to the key distribution problem. As a result, it has become the foundation for securing sensitive data in digital communications.

The Magic of Prime Numbers

Prime numbers are numbers that have only two distinct positive divisors: 1 and themselves (e.g., 2, 3, 5, 7, 11). The key idea behind RSA relies on the mathematical difficulty of factoring large composite numbers into their prime factors. It is computationally easy to multiply two large prime numbers together, but it is extremely difficult to factor the product back into the original prime numbers. This "one-way function" is the foundation of RSA's security.

Here's how prime numbers are used in the key generation process:

1. **Choosing Prime Numbers:** To generate RSA keys, two large prime numbers, p and q, are selected. These primes need to be of sufficient length (typically hundreds of digits) to ensure the security of the encryption.

2. **Calculating the Modulus (n):** The product of these two primes, $n = p * q$, is computed. The modulus n is a critical component of both the public and private keys.

3. **Euler's Totient Function (φ(n)):** Next, Euler's totient function $\varphi(n)$ is calculated, which is given by $\varphi(n) = (p - 1) * (q - 1)$. This function counts the number of integers up to n that are relatively prime to n.

4. **Choosing the Public Exponent (e):** A value e is chosen such that $1 < e < \varphi(n)$ and e is coprime with $\varphi(n)$. This e becomes part of the public key. Where the public key is (n, e).

5. **Determining the Private Exponent (d):** The private exponent d is calculated as the modular multiplicative inverse of e modulo $\varphi(n)$. In other words, d is the value that satisfies the equation $(d * e) \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$. Thus, private key becomes (n, d).

6. **Encryption:** To encrypt a message m, the sender calculates c = m^e (mod n), where c is the ciphertext.

7. **Decryption :** To decrypt the ciphertext c, the receiver calculates m = c^d (mod n), which recovers the original message m.

Why RSA is Secure

The security of RSA hinges on the fact that, while it is easy to multiply large primes to get n, it is computationally infeasible to factor n back into its prime components p and q. This factorization problem is known as the RSA problem and forms the basis of its cryptographic strength.

Applications and Impact of RSA

The RSA algorithm has had a profound impact on digital security. It is used in a variety of applications, including:

- **Secure communication:** RSA is used to encrypt emails, messages, and other sensitive data transmitted over the internet.
- **Digital signatures:** RSA can be used to create digital signatures, which provide authentication and non-repudiation.
- **E-commerce:** RSA is used to secure online transactions, ensuring that sensitive information such as credit card numbers is protected.

- **VPNs:** RSA is used to establish secure connections between networks, allowing users to access private networks over the internet.
- **Secure Web Browsing:** RSA is an integral part of the Secure Sockets Layer (SSL) and Transport Layer Security (TLS) protocols, which secure online transactions and data exchange.

Conclusion

The RSA algorithm is a powerful and versatile cryptographic tool that has played a crucial role in securing our digital world. Its reliance on the mathematical properties of prime numbers makes it a robust and reliable method for protecting sensitive information also it can be harnessed to create secure cryptographic systems. Its history, generation process, and widespread applications underscore its importance in safeguarding digital communications. As we navigate an increasingly digital world with the rise of new algorithms, the principles behind RSA remain a vital component of our cybersecurity infrastructure.

The Hidden Symphony of Mathematics: Exploring the Interplay Between Abstract Theory and Real-World Applications

Mohit Pandey
Semester-V

Mathematics, the cornerstone of human intellect and progress, is often regarded as a pure and abstract discipline, detached from the tangible realities of everyday life. Yet, when we delve deeper, we uncover a symphony where abstract theories and real-world applications are intertwined in perfect harmony. This article explores how mathematics, through its dual identity, bridges the intellectual and practical realms, shaping our understanding of the universe.

The Abstract Realm : Beauty beyond visible.

At its core, mathematics is a celebration of human curiosity and creativity. The abstract theories that mathematicians craft are driven by a quest to understand patterns, structures, and relationships that transcend physical reality. Concepts such as group theory, topology, and number theory exemplify this pursuit of pure thought.

Take group theory, for instance. Introduced in the 19th century to solve polynomial equations, it has evolved into a vital framework underpinning quantum mechanics, crystallography, and even the modern algorithms that secure our online communications. The elegance of such theories lies in their universality—truths uncovered centuries ago continue to find relevance in emerging fields today.

Similarly, topology, which investigates properties of shapes that remain unchanged under deformation, offers insights that extend beyond geometry. Its applications range from controlling the dynamics of robotic arms to analyzing the structure of large data sets. These abstractions, though initially unanchored to practical needs, gradually reveal their potential to revolutionize various industries.

Mathematics in Action : The Real-World Canvas

As abstract as mathematics may appear, it is profoundly embedded in the real world. The practical applications of mathematical concepts are vast, influencing fields as diverse as medicine, engineering, technology, and economics. Linear algebra, a field often introduced as a study of vectors and matrices, serves as the backbone of machine learning algorithms, facial recognition technology, and even the simulations that predict weather patterns.

Calculus, which emerged from the intellectual rivalry between Newton and Leibniz, governs the mechanics of motion, rates of change, and optimization problems. Its principles guide everything from space exploration to the design of more efficient engines. Fourier transforms, initially a tool for studying heat conduction, now power technologies such as medical imaging, audio compression, and telecommunications.

The beauty of mathematics lies not only in its ability to explain the natural world but also in its power to predict and innovate. Algorithms, optimization techniques, and statistical models are mathematical tools that continue to push the boundaries of human capability, allowing us to tackle some of the most complex challenges of our time.

The Dynamic interplay : A Symbiotic relationship

What makes mathematics truly fascinating is the continuous dialogue between its abstract theories and real-world applications. This relationship is not one-sided; just as mathematics finds applications in solving practical problems, real-world challenges often drive the development of new theories.

For instance, the logistical complexities of transportation networks inspired the field of graph theory, while the need for efficient encryption methods in the digital age led to significant advancements in number theory. Similarly, the study of neural networks in artificial intelligence owes much of its success to concepts from linear algebra and calculus. This symbiosis exemplifies how the theoretical and practical aspects of mathematics enrich one another, creating a virtuous cycle of discovery and innovation.

Mathematics at Maharaja Manindra College :

The Department of Mathematics at Maharaja Manindra College exemplifies the spirit of this interplay between abstract thought and practical application. Under the guidance of esteemed faculty members such as Dr. Soumitra Mukhopadhyay, Dr. Nilofar Naheed (Head of the Department), Dr. Jhuma Bhowmick, Dr. Md. Moid Sheikh, and Bulbul Ahmed (Sir), students are encouraged to explore the profound depths of mathematical theory while appreciating its relevance in real-world contexts.

Through initiatives like the annual departmental magazine “Convergence” and interactive academic programs, the department fosters a culture of intellectual curiosity and practical exploration. This environment inspires students to view mathematics not merely as a subject but as a dynamic force that connects logic, creativity, and utility.

The Endless Symphony :

Mathematics, with its dual nature, continues to be a source of wonder and utility. The abstract theories developed by mathematicians echo the boundless creativity of human thought, while their real-world applications highlight the discipline’s practical significance. This interplay forms a hidden symphony, where every theorem, formula, and model contributes to a greater understanding of the universe and our place within it. As students and scholars of mathematics, let us celebrate this symphony and carry forward the tradition of exploring the beautiful union of abstract theory and real-world application. In doing so, we honor not only the legacy of mathematics but also its potential to shape the future.

Thank you…………

Another point of view of Ramanujan Summation for Numbers

Souvik Das
Year of admission : 2014

Indian mathematicians have made significant contributions to the field of mathematics, particularly in the areas of number theory, algebra, and trigonometry. They introduced groundbreaking concepts like zero and negative numbers and developed precise definitions for sine and cosine. Today, we honor the legacy of brilliant Indian mathematicians like Srinivasa Ramanujan, whose extraordinary work continues to inspire and shape the world of mathematics.

Sir Srinivasan Ramanujan

Srinivasa Ramanujan, a mathematical genius of the 20th century, possessed a unique and intuitive approach to numbers. Despite limited formal education, he made profound contributions to number theory, mathematical analysis, infinite series, and continued fractions. One of Ramanujan's most intriguing innovations is his method for handling divergent series, known as Ramanujan summation. Traditional summation techniques are ineffective for such series, making Ramanujan's approach particularly groundbreaking.

Ramanujan's Infinite Sum

Ramanujan's summation involved the seemingly divergent series of natural numbers:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

While this series conventionally diverges to infinity, Ramanujan, employing techniques from complex analysis and analytic continuation, assigned a finite value to it

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{-1}{12}$$

This counterintuitive result naturally raises questions. How can the sum of all positive integers, which intuitively diverges, equal a negative fraction? It is crucial to understand that this result is not a literal summation in the conventional sense. Rather, it arises within specific mathematical frameworks, such as string theory and the study of the Riemann zeta function.

While various authors have proposed different proofs and approaches to substantiate this claim, it remains a fascinating topic of exploration [1, 2].

Today's Approach

We are all curious about the thought process that led Ramanujan to such extraordinary expansions. Today, I would like to present a different perspective, albeit illusory, on a separate series.

We all know that 1 + 10 equals 11. Similarly,

$$1 + 10 + 10^2 = 111$$

$$1 + 10 + 10^2 + 10^3 = 1111$$

$$1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 = 11111$$

$$..................$$

If we consider the series up to infinity:

$$1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + ... + ...$$

We might be tempted to conclude that the sum is 11111. . . . .

i.e,

$$1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + ... = 1111111..... \qquad (1)$$

implying that we somehow know the infinite sequence of digits immediately. However, this is incorrect. To accurately represent the sum, we should consider the series starting from the unit's place:

$$1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + ... = ...11111111 \qquad (2)$$

This is the correct way to express the infinite sum. Equation (1) was an incorrect representation. The correct sum starts from the unit's place and extends infinitely with a repeating pattern of 1's.

Now, adding $\frac{1}{9}$ to both side of (2) we get

$$1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + ... + \frac{1}{9} = ...111111111 + \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + ... + \frac{1}{9} = \frac{..........999999999 + 1}{9}$$

$$\Rightarrow 1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + ... + \frac{1}{9} = \frac{..........000000000000}{9} \quad (3)$$

(4)

The right-hand side of (3) represents a number with infinitely many zeros, starting from the unit's place. This number is essentially zero. Therefore,

$$1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + ... + \frac{1}{9} = 0$$

and so, $\boxed{1 + 10 + 100 + 1000 + 10000 + ... = -\frac{1}{9}}$

This suggests that the infinite sum $1+10+10^2+10^3+..........$ and the fraction $-\frac{1}{9}$ might exhibit similar properties in a certain mathematical context. This intriguing connection hints at potential deeper mathematical relationships and symmetries. A similar approach can be applied to other series to uncover unexpected connections.

Let us consider the infinite number ....666667, which can be represented as the sum of the infinite geometric series. 7 + 60 + 600 + 6000 + 60000 +.........., now multiplying this infinite number by 3, we have

$$.........6666666667 * 3 = ...00000001$$

This suggests that

$$........666666667 * 3 = 1$$

- $\Rightarrow ....666666667 = \frac{1}{3}$

So we can say that there might be a dimension where the infinite divergence series

$$7 + 60 + 600 + 6000 + 60000 + ...$$

gives the same feeling as $\frac{1}{3}$. This intriguing result indicates that there might be mathematical contexts where an infinite divergent series can be assigned a finite value. While this might seem counter-intuitive, it highlights the rich and complex nature of mathematics, especially in areas like number theory and analysis.

Conclusion

We see that how an infinite boundless number can make some different sense. So we believe that Sir Ramanujan also saw some glimpse of his infinite series 1 + 2 + 3 + 4 +......... which reflects the same characteristic as $\frac{-1}{12}$. These results discuss in above will certainly provide a new dimension to already existing formulas pertaining to Ramanujan Summation methods of various divergent series.

Conspectus Librorum

[1] A. D. Kumar, R. Sivaraman, Ramanujan summation for number of diagonals in a polygon, Contemporary Mathematics (2024)-3866-3870.

[2] A. K. Rathie, D. Lim, R. B. Paris, A note on certain summations due to Ramanujan with application and generalization, The Ramanujan Journal 62 (2) (2023) 583-592.

The Beauty and Power of Mathematics

Ram Kumar Sharma

Semester-V

Mathematics is often called the language of the universe, a discipline that unravels the mysteries of nature and drives technological progress. As we come together for this reunion at Maharaja Manindra Chandra College, it is a perfect moment to appreciate the elegance and influence of mathematics in our academic journey and beyond.

Mathematics: A Universal Truth

From the patterns in nature to the complexities of quantum physics, mathematics governs everything around us. The equations of motion, the symmetry of geometric figures, the infinite series in calculus—each concept reflects the underlying order of the universe.

At Maharaja Manindra Chandra College, our studies in Abstract Algebra, Linear Algebra, Real Analysis, Calculus, and Probability have shown us how interconnected these fields are. A simple concept, when explored deeply, leads to profound discoveries that shape the world.

The Role of Mathematics in Innovation

Mathematics is not confined to textbooks; it is a driving force in modern advancements. The algorithms that power artificial intelligence, the cryptographic techniques that secure our data, and the mathematical models that predict stock markets—all stem from core mathematical principles.

Our professors have always encouraged us to think critically and creatively, bridging the gap between theoretical knowledge and real-world applications. This approach has prepared us for challenges in research, industry, and academia.

Cherished Memories of Our Mathematical Journey

Studying mathematics at Maharaja Manindra Chandra College has been more than just learning formulas; it has been about developing a logical mindset and a passion for problem-solving. The discussions, group studies, and friendly competitions have made the journey unforgettable.

The seminars, problem-solving sessions, and mathematical workshops have pushed us beyond our limits, helping us appreciate the subject's depth. The thrill of solving a challenging problem after hours of effort is an experience every mathematician cherishes.

Mathematics and the Future

As we move forward in our careers, mathematics will continue to guide us. Whether in scientific research, finance, engineering, or data science, the logical reasoning and analytical skills developed here will be our greatest asset.

Our responsibility as mathematicians is to explore, innovate, and contribute to society through our knowledge. Mathematics is a field where curiosity meets logic, and its endless possibilities await those who seek them.

Gratitude and Looking Ahead

As we celebrate this reunion, let us take a moment to thank our professors, mentors, and friends who have been part of this beautiful journey. Their guidance and support have shaped us into confident thinkers and problem-solvers.

May Maharaja Manindra Chandra College continue to inspire future generations, and may our love for mathematics never fade.

Here's to the timeless beauty of mathematics!

Qualitative Analysis of Different Attack Pattern of Whitefly on Jatropha Curcas Plant Growth and Control of Mosaic Disease

Roshmi Das

Year of admission : 2010

As the human civilisation is upgrading day by day the natural resources of energy face a crisis. To solve this problem we are searching for the elective vitality sources in a situation inviting way. To provide an affordable solution of shrinkage of fossil fuel we pay our attention to a very essential as well as wonder plant Jatropha curcas. Jatropha curcas is such a significant plant the seeds of which plant contain 37% oil that can be utilized to obtain a superior nature of biodiesel. So the plant is economically very important. This plant is also used for medicinal purpose.

In Mathematical Biology we also study the non-linear mathematical models which are based on various realistic phenomenon. The results of these study is very significant for understanding the actual dynamical behaviour regarding effect of attack pattern of herbivore to the plant, renewable resource management , effect of growth pattern of the plant , pest control , permanent coexistence of all the species etc.. Mathematical ecology deals with the interaction between the living organisms with each other and their natural environment.

In my research work our concern goes to Jatropha curcas plant .This plant is easily affected by the mosaic virus through the vector whitefly. This attack affects the plant very badly. To protect the plant from the virus attack applying insecticide is very helpful. Mathematically it is done by applying control theory. Mathematically exponential growth of plants gives the unstability where as logistic growth gives stable steady state of the system. Theoretical results show that applying control theory for spraying insecticide the system can be stabilised. Likewise the growth pattern the attack pattern of whitefly also plays an important role for the disease dynamics. Different probability distribution like Binomial, Poisson and Negative-binomial distribution which biologically express the regular, random and aggregated attack pattern of whitefly are also used in my research work to determine the effect of different attack pattern. It gives us interesting results like stable coexistence, periodic oscillation, Hopf bifurcation etc. depending upon the different parameter values. Persistence and permanence are also performed to ensure the permanent coexistence of all the species.

Besides the continuous-time model we also chosen discrete time model by introducing Mickens non-standard finite difference scheme (NSFD) as well as Euler's discrete time system. Comparing all of them we observed that discrete time system gives better approximation of the solution as well as the disease dynamics than the continuous counter-part. All the results so obtained are verified by numerical simulation.

1. In my work firstly two different growth functions namely logistic and exponential are compared taking the attack function of whitefly as Holling type-I function with random attack pattern of whitefly. Persistence and permanence of the system is also discussed. Comparing these two we can conclude that growth function plays an important role to the mosaic disease dynamics.
2. Taking all the same as before except the attack function of whitefly as Holling type-II function and made a comparison study between them. Persistence and permanence of the system is also verified.
3. Next we have taken the logistic growth of the Jatropha Curcas plant with attack function of whitefly as Holling type-II function. We here observed that the system is uniformly persistent or permanent. We here also introduced control theory and observed that by spraying the insecticide the effect of mosaic disease can be reduced.
4. Then we have used different probability distribution function namely Poisson, Negative-binomial and Binomial distribution to express the random, aggregated and regular attack pattern of whitefly. It is revealed

that different attack pattern gives different disease dynamics. From the present study it is observed that the application of control will help to minimize the application of spraying insecticide as well as the cost for the marginal farmers in the real system.

5. Next we have considered healthy as well as infected Jatropha Curcas plant and infected whitefly population which results unstable condition of the system but with the effect of control the system can be stabilised.

6. Lastly we have compared the continuous and discrete time system. We have introduced here Euler's discrete time system and Mickens Non-standard finite difference scheme. We can conclude that discrete time system gives more accurate results than the continuous counter-part and the system is uniformly persistent or permanent. All the results are numerically verified. In future we will try to extend these research works using time delay and also suitable modifications.

Parna Saha

Year of admission : 2014

মন

ইন্দ্রানী দাসগুপ্ত

ভর্তির বছর : ২০০৫

মানুষের মন-অজানা, অচেনা,
মন কি চায়, তা সে নিজেই জানেনা।
নিজের সাথে কথা-আমরা বলি আর ক'ই।
সময়টা নিজেকেও তো দিতে পারি না।
ভালোলাগা, ভালোবাসা সত্যটা কী?
মন কি সত্যি বোঝে ঠিক ভুল কী!!
সোশ্যাল মিডিয়াতে ঘোরে কত হাসি মুখ
নিজের ঘরেতে কেন খোঁজে তবু সুখ?
নাটক নাইবা পারো, একটুখালি সুখ
সেই অনুভুতিটাই বলে এই চোখ মুখ।
তুমি, আমি, আমরা—সেখানেতেই যাই
আমাদের মন সেথা ভালো থাকে তাই।
মনটাকে ভালো রাখা, খুব ভুল নয়।
আজকে মনের কথা, মন ই বলতে চায়।

আমি সেই পেছনে থাকা লোকটা

তমসা দে

ভর্তির বছর ঃ ২০২০

আমি সেই পেছনে থাকা লোকটা,
যে পেছনেই থেকে গেছে বরাবর।
আসেনি কখনো স্পটলাইটে, আসতেও চায়নি।
কিন্তু পেছনে থেকেও কখনো অসত্য কে সত্য, ভুল কে ঠিক বলে মেনে নেয়নি।
আমি সেই পেছনে থাকা লোকটা,
যে ভয় পেয়ে দেওয়ালে পিঠ ঠেকায়নি।
বহুলোকের ছত্রছায়ায় থেকে বহু কিছু উপলব্ধি করেছে।
কিন্তু কখনো লিডার হওয়ার উপযোগী হয়ে উঠতে চায়নি।
ছাত্র জীবনের মজা সারাজীবন সাথে বয়ে নিয়ে যেতে চেয়েছে।
আমিই সেই পেছনে থাকা লোকটা।
আমি সেই লোকটা যে হয়তো লিখে গেছে অনেক কবিতা,
কিন্তু কখনো প্রকাশ করেনি।
এতকাল পেছনে থেকে বুঝেছি,
পেছনে থাকার মধ্যে কোনো ব্যর্থতা নেই।
বরং অন্যকে সামনে এগিয়ে দিয়েও শেখার সুযোগে আবদ্ধ হওয়া যায়।

কবীর ভট্টাচার্য

পঞ্চম সেমিস্টার

সময় যদি হঠাৎ দাঁড়ায়, মুহূর্তরা হাসে।
শঙ্খচিলের ডানায় লেগে, মায়ের গন্ধ আসে।

গ্রিনরুমেতে মেকআপ ছেড়ে,
রাতের আঁধার মাখি
পারদমাখা কাঁচের কাছে,
মুহূর্তদের রাখি।

জোর করে আনা অ্যালজাইমার
আচমকা যায় দমে,
না-বলা কথারা আজও গলাটায়
ক্যানসার হয়ে জমে।

মানুষ কি আজ স্মৃতি ফিরে পায়?
আটকাতে চায় মূলে?
আকাশ ছোঁয়ার স্বপ্ন ডাকে।
অতীত আভাস ভুলে।

শূন্য থেকে শব্দ পেড়ে অনর্থকই মেলাই।
ডটপেনের রক্তক্ষরণ। অনুভূতির সেলাই।

অঙ্ক যে কঠিন

সম্রাট মণ্ডল

পঞ্চম সেমিষ্টার

গণিত, তুমি কি কঠিন!
নম্বর আর অঙ্কের মাঝে হোঁচট খাই।
প্রথমে যখন তোমাকে দেখি,
সোজা মনে হতো, তুমি অনেক দূরে।

তবে একদিন যখন তুমি হাত ধরে,
জীবনের নানা দিক খুলে গেলো সারা।
রাস্তার কোণ থেকে শুরু করে,
জমির মাপ, সবটাই তোমার সঙ্গ।

তোমার গাণিতিক ভাষা,
হৃদয়ে গুঞ্জন বয়ে আনে।
অবশ্যই কঠিন, কিন্তু মিষ্টি,
যতই পড়ি, ততই আরও ভালো লাগে।

তুমি বলে যাও, "সমস্যার কোনো শেষ নেই",
আরও একবার চেষ্টা করো, সামনে তো অপেক্ষা করছে সাফল্য।
গণিতের শিক্ষকরা, তোমার চোখে যে আলো,
তারা কঠিন পথগুলো সহজ করে দেখায়।

তাদের উদাহরণ, তাদের কল্পনা,
যে হাতে ছিল গাণিতিক বিস্ময়,
সেই হাতে আজ সঠিক পথ—
তাদের ধন্যবাদ, তুমি আমাদের জন্য বিশেষ।

গণিত, তুমি শুধু অঙ্কের ভাষা নও,
তুমি জীবনকে একটি সঠিক পথে নিয়ে যাও।
তুমি প্রেমের মতো
কখনো কঠিন, কখনো সহজ, কিন্তু তোমার সাথে থাকা,
জীবনকে সার্থক করে তোলে।।

গণিত সর্বত্র

সম্রাট মণ্ডল
পঞ্চম সেমিস্টার

গণিত, তুমি আছো সবখানে,
আমাদের প্রতিদিনের সঙ্গী।
কিছুই নেই তোমার বাইরে,
যতই এগিয়ে যাই, তুমি থাকো অক্ষরে, সংখ্যায়।

পৃথিবীটা গোল, তোমার হিসেবেই তো,
ঘড়ির কাঁটা চলে তোমার ছন্দে।
টাকা, সময়, মাপ, সব কিছু —
যেখানে তোমার নিয়ম, সেখানে চলা সহজ।

ভুট্টার দানার মতো তোমার সংখ্যাগুলি,
গণনা করতে শিখি, প্রতিদিন।
রুটির পরিমাণ গুনে গুনে,
জল গুনে গুনে, খেতে বা খরচে।

রাস্তার মোড়ে, গাড়ির চাকা,
সবই তো তোমার অঙ্কের অঙ্গ।
গণিতের ভাষায় দেখাই প্রভাব,
জীবনের ছোট ছোট প্রতিটি মাপ।

গণনা, যোগ, বিয়োগ, গুণ
এগুলো তুমি শেখাও প্রতিদিন।
এমন কিছু নয় যা তোমার ছাড়া চলে,
জীবনের প্রতিটি মুহূর্তে, তুমি আমাদের পাশে।

ম্যাথের অঙ্ক, যদি হতো কঠিন,
তবে কেন আমরা জানতাম সময়ের হিসাব?
পৃথিবী ঘুরছে গণিতের পথ ধরে,
আর আমরা, তুমি ছাড়া চলতে পারি না।।

An interplay between Algebra and Geometry

Indrashis Gain

Year of admission : 2017

1. Basics of a commutative ring

Algebraic geometry is the branch of math that studies problems in geometry that can be solved in algebra and vice versa. In this article we will see how algebra and geometry is connected. We will assume R is a commutative ring with 1 unless specified otherwise. Let R be a ring and I be an ideal of R. I is called prime ideal if I is a proper ideal and $xy \in I \Rightarrow x \in I$ or $y \in I$. An ideal I is called maximal if I is proper ideal and only ideals of R that contains I are R and I. In the ring $\mathbb{Z}$, $P\mathbb{Z}$ for p prime are examples of both prime and maximal ideals. For any ideal I, we can define it's radical $\sqrt{I} = \left\{x \in R : x^n \in I\right\}$. For example $\sqrt{(4)} = (2)$ in $\mathbb{Z}$.

2. An introduction to Zariski Topology

Let R be a ring. The Spectrum of R, devoted by spec (R), is the set of all prime ideals of R. We will additionally define maxspec (R) to be the set of all maximul ideals.

Example : Spec ($\mathbb{Z}$) = maxspec ($\mathbb{Z}$) = {p $\mathbb{Z}$: p is prime}

Now we will define a topology on spec (R) by the following way :

For an ideal I of R, we define

$V(I) = \{p \in spec(R) : I \subseteq p\}$. We declare the closed set of spec (R) to be of the form v(I) for some ideal.

Then, $\cap_{\alpha \in A} V(I_\alpha) = V\left(\sum I_\alpha\right)$ and $V(I_1) U V(I_2) = V(I_1 I_2)$

and V(0) = R, V(1) = ϕ. Therefore this forms a topology. This topology is called Zariski Topology.

Now one can show that if $\phi : R \longrightarrow S$ is a ring homomorphism, then $\phi^{-1}(p)$ is a prime ideal in R for a prime ideal p in S.

This motivate us to define following map

$\phi^* : spec(S) \longrightarrow spec(R)$ by

$$\phi^*(p) = \phi^{-1}(p)$$

One can further show that this map is continuous. And this map can tell us a lot of information regarding the rings. One surprising result is spec(R) is always compact topological space.

3. Some connections :

Consider $f(x,y)=y-x^2 \in \mathbb{C}[x,y]$. Famous Hilbert's Nullstellensatz says that maximal ideals of $\mathbb{C}[x, y]$ is of the form $(x - a, y - b)$ where a, b $\in$ $\mathbb{C}$

Therefore, maxspec $\left(\frac{\mathbb{C}[x,y]}{y-x^2}\right)$ looks like the parabola $y-x^2=0$. This is because every maximal ideal correspondence to unique point in $\mathbb{C}^2$ and a polynomial $f(x, y)$ is contained in $(x - a, y - b)$ if $f(a, b) = 0$. Now 1 – 1 ideal correspondence between R and R/I which says there is 1 – 1 correspondence between ideal of R/I and ideal of R containing I, we are done.

Mathematics: The Foundation of Logical Thinking

Sujit Kumar Shaw

Semester-V

Mathematics is more than just a subject—it is a way of thinking, a tool for problem-solving, and the key to understanding the complexities of the world. As we gather at **Maharaja Manindra Chandra College** for this reunion, it is an opportunity to appreciate the role of mathematics in our academic journey and its impact on our future.

Mathematics: A Universal Discipline

Mathematics is the backbone of all scientific and technological advancements. Whether in physics, economics, engineering, or artificial intelligence, mathematical principles guide research and innovation.

At Maharaja Manindra Chandra College, we have explored topics like Real Analysis, Abstract Algebra, Linear Algebra, Probability, and Game Theory, each contributing to our analytical thinking. These subjects have taught us not only formulas and theorems but also how to approach problems logically and systematically.

The Beauty of Mathematical Thinking

One of the greatest gifts of mathematics is its ability to enhance logical reasoning and problem-solving skills. The process of proving theorems, analyzing patterns, and solving equations trains our minds to think critically.

The joy of arriving at a solution after hours of effort, the excitement of discovering a new method, and the satisfaction of understanding a complex topic are experiences that every mathematics student cherishes.

Mathematics in Modern Advancements

Mathematics is not just confined to classrooms—it is the driving force behind many of today's technological breakthroughs. From cryptography in cybersecurity to statistical models in artificial intelligence , mathematical principles shape industries and innovation.

As future mathematicians, we hold the potential to contribute to fields like data science, finance, machine learning, and research, where mathematics plays a crucial role in solving real-world problems.

Cherished Memories and Gratitude

Our journey at Maharaja Manindra Chandra College has been filled with challenges, discoveries, and friendships. The support of our professors and classmates has been instrumental in shaping our mathematical abilities and intellectual growth.

The classroom discussions, late-night study sessions, and mathematical debates have not only strengthened our knowledge but also built a sense of camaraderie that will last a lifetime.

The Future: A Lifelong Love for Mathematics

As we move forward, mathematics will continue to guide us in our careers and daily lives. Whether in research, technology, finance, or teaching, the logical approach and analytical skills developed through mathematics will always be valuable.

Let us continue to embrace the beauty of mathematics, explore new concepts, and apply our knowledge to create a better future.

Here's to the timeless elegance of mathematics and the bright future it promises!

এই ছোট্ট ছোট্ট পায়ে চলতে চলতে ঠিক পৌঁছে যাব-নিজের লক্ষ্যে

সৌমিকা সাহা

ভর্তির বছর-২০১৭

জানুয়ারী মাস, হঠাৎ করেই ঘুম থেকে উঠে দেখি সৌমিত্র স্যারের ম্যাসেজ। কলেজে ২৩শে ফেব্রুয়ারী গণিত বিভাগের বর্তমান- প্রাক্তনী পুনর্মিলন অনুষ্ঠান হবে। খবরটা পড়েই এক লহমায় স্মৃতির পাতায় অনেকটা পিছিয়ে গেলাম—গণিত বিভাগ- মহারাজা মণীন্দ্র চন্দ্র কলেজের গণিত বিভাগ- সেই ২০ নং ঘর, নীলোফার ম্যামের abstract algebra class। ঝুমা ম্যামের শান্ত গলায় Geometry Class, মঈদ স্যারের Class -এর পরে off period থাকলেই extra class -নেওয়া, আর সর্বোপরি 'মধুসূদন দাদা' সৌমিত্র স্যার—যে কোনো অসুবিধাতে পরিত্রাতা তিনি। কলেজে কাটিয়েছি ২০১৭-২০২০; এই তিন বছর, এর মধ্যে ছাত্রী থাকাকালীন দুবার Reunion অনুষ্ঠান হয়েছে আর দুবারই বন্ধু-বান্ধব — দাদা-দিদি সহযোগে বেশ হই হই করেই পালন করেছি, কিন্তু প্রাক্তনী হিসাবে এটাই আমার প্রথমবার, ২০১৯ এর পর Reunion হয়নি। দেশে থাকলে নিশ্চয়ই যেতাম—কিন্তু এই সাত-সমুদ্র তেরো নদী দূর থেকে স্মৃতি রোমন্থন ছাড়া আর তো কোনো উপায় নেই। তারপরই হঠাৎ একদিন মঈদ স্যার ফোন করে বললেন যে এই Reunion-এর জন্য একটা লেখা দিতে হবে। তাই এই কাঁচা হাতে কলম ধরা, ছোটোবেলা থেকে পড়াশুনার সাথে সাথে অন্যান্য অনেক কিছু করলেও লেখালেখির বিষয়ে খুব একটা পারদর্শী আমি নই।

বর্তমানে Applied Mathematics -এ Ph.D. করার জন্য ছমাস হল দেশ ছেড়ে এসেছি এই মার্কিন মুলুকে, এখন আমি University of Iowa এর Department of Mathematics -এর প্রথম বর্ষের Graduate Research Assistant। আমার Research interest হল— Mathematical Biology, Non-linear dynamics এবং Neuroscience. একজন Ph.D. student হওয়ার পাশাপাশি

যে গুরু দায়িত্বটি পালন করতে হয় সেটি হল Undergrad-এর student-দের পড়ানো। এই সময় বুঝতে পারি ছাত্র আর শিক্ষকের পার্থক্যটা। নিজের পড়াশুনার দায়িত্ব নেওয়া যায়, এই প্রক্রিয়াতে আমরা সকলেই অল্পবিস্তর অভ্যস্ত কিন্তু শিক্ষক হিসাবে ক্লাসের প্রতি ছাত্র-ছাত্রীর দায়ভার অনেকটাই।

ছোটবেলা থেকেই পড়াশুনার শুরু বাড়িতে, মায়ের যেহেতু নিজের স্কুল আছে এবং শিক্ষকতার মধ্যে দিয়েই সারাজীবন সে কাটিয়েছে সেই কারণে এই পড়ানো বা ছাত্র-শিক্ষক সম্পর্ক সম্বন্ধে আমি বেশ পরিচিত, তারপর ভর্তি হই সরকারী বাংলা মাধ্যম স্কুল-'বাগবাজার মাল্‌টিপারপাস গার্লস স্কুল'-এ, শুরু হয় পারিপার্শ্বিক লোকের কটাক্ষ; এযুগেও পাতি বাংলা মাধ্যম কেন!? ইংরাজী মাধ্যমে না পড়লে ইংরাজী শেখা বা বলা যায় না। ছেলেবেলা থেকেই প্রাইভেট টিউটরের কাছে পড়ার চলটা আমার ছিলনা, কখনও বাড়ি থেকে চাপ আসেনি যে একটা প্রাইভেট টিউটর নিতে হবেনা, এমনটা নয়। সে জেদ বা গোঁড়ামির কারণেই হোক, চিরকালই আমি নিজে পড়াকেই বেশী জোর দিয়েছি। স্কুলজীবনে সব সময়ই প্রথম তিনজনের মধ্যে থাকতাম, অন্য সব বিষয়েই ৯০% নম্বর থাকলেও অঙ্কে কোনোদিনই আমি class 10 অবধি ভালো নম্বর পাইনি। অনেকেই উপদেশ দিয়েছিলেন যে ডাক্তারী পড়ার জন্য, কারণ তাতে Entrance পরীক্ষাতে অঙ্কের নম্বর লাগে না। অঙ্ক আমার চিরকালই ভালো লাগত, সেই ভালো লাগা থেকেই আবারো জেদের বশে উচ্চমাধ্যমিকে Biology বিষয়টিকে বাদ দিয়ে Statistics নেওয়া যাতে কেউ কখনো জীবন থেকে অঙ্ককে বাদ না দিতে পারে।

স্কুলের গন্ডি পার করে শুরু হল আর এক অশান্তি Mathematics Hons. নাকি Statistics Hons. উচ্চমাধ্যমিক পরীক্ষা দিয়ে B. Stat পরীক্ষার Entrance exam. দি এবং তাতে লিখিত পরীক্ষাতে পাশ করলেও অকৃতকার্য হই interview তে, এর পাশাপাশি কলকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ের দুটি কলেজে ফর্ম তুলি। একটি মৌলানা আজাদ কলেজ, আর একটি মহারাজা মণীন্দ্র চন্দ্র কলেজ। ইচ্ছা ছিলনা কলেজে ভর্তি হওয়ার। ড্রপ দেবো এরকম পরিকল্পনা ছিল। কিন্তু এইবারে জেদ খাটেনি। প্রায় জোর করেই মা ভর্তি করিয়ে দেয় বাড়ি থেকে সবচেয়ে কাছের কলেজ মহারাজা মণীন্দ্র চন্দ্র কলেজে, জোর খেটেছিল শুধু একটা বিষয়েই যে Math Hons. পড়বো এবং কোনো প্রাইভেট কোচিং এ পড়বো না, কলেজে ঢুকে কি হলো জানিনা, বাইরে থেকে যা যা শুনেছিলাম দেখি সবই তার উল্টো। প্রথম দিনই S.M. স্যারের আন্তরিকতা। পড়ানো, বোঝানো, অনুপ্রেরণা দেওয়া ও ধীরে ধীরে সব স্যার-ম্যামেদের প্রত্যেক ছাত্র-ছাত্রীকে নজর দেওয়া আমাকে অবাক করেছিল। শুধু অঙ্কই না এর পাশাপাশি

Statistics-এর অনামিত্র স্যারের অবদানও আমার জীবনে অনস্বীকার্য। এরপর আসি কলকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ের সিলেবাস ও পরীক্ষার কথায়, নতুন করে আর বলার কিছু নেই। চাপ আর পরিশ্রম দুই-ই বাড়তে থাকল। কোনো একদিন S. M. স্যারই আমাদের এক Senior এর উদাহরণ দিয়ে বলেছিলেন যে দ্বিতীয় বর্ষে সে অনেক কম নম্বর পেয়েও কীভাবে তৃতীয় বর্ষের শেষে 'ফার্স্টক্লাস' এনেছিল। দ্বিতীয় বর্ষের শেষে আমাদের ও রেজাল্ট বের হল এবং সেই বিশেষ উদাহরণের ছাত্রীটি এবার আমি। 200-এ 70-এ Hons. 68 তে ফেল, পেয়েছিলাম 69. রেজাল্ট দেখে কান্নায় সেদিন ভেঙে পড়েছিলাম। মনে হয়েছিল আর পড়াশুনাই করব না। কোনো স্যার-ম্যামেরাই কিছু বলেননি। শুধু মা বলেছিলেন "Robert Bruce এর গল্প পড়োনি? হাল ছাড়লে তো চলবেনা। যেরকম খাওয়া দাওয়া করো, ঘুমাও, হাঁটা চলা করো সেরকম অঙ্কও করতে হবে লক্ষ্যভ্রষ্ট হও না।" শুরু হলো নতুন লড়াই, যে ভাবেই হোক Hons. নিয়ে পাশ করে গেছি। এবার "ফার্স্টক্লাস" পেতে হবে। শতযুদ্ধের শেষে করোনা কালে তিনবছর মিলিয়ে 64% পেয়ে B. Sc. Hons. পাশ করি।

২০২০- সালের মহামারীতে আমাদের সমস্ত শিক্ষার certificate- ই কার্যত ব্যর্থ হয়ে পরে, রাজ্যের শিক্ষাপ্রতিষ্ঠানগুলিতে অব্যবস্থা, M. Sc এর জন্য সমস্ত পরীক্ষা বন্ধ করে দেওয়া হয়। এরই মাঝে Banaras Hindu University -এর M.Sc- ভর্তির জন্য offline-এ entrance exam হয়। সর্বভারতীয় চতুর্থ স্থান পেয়ে ভর্তি হই M. Sc. তে। আমার আজও মনে হয়— আমার জীবনে অন্যতম একটি কঠিন বিষয় ছিল মণীন্দ্র চন্দ্র কলেজ থেকে BHU তে চান্স পাওয়া, আবারও আমি প্রমাণ পাই অধ্যাবসায় ও নিয়মানুবর্তিতার কাছে সব কিছু হার মানতে বাধ্য। প্রথম সেমেস্টার online-এ Class চলার পর আমাদের হোস্টেলে চলে যেতে হয়। হোস্টেল জীবন আর এক অভিজ্ঞতা। সেই যে ২০২১-এ বাড়ি ছেড়েছিলাম, তারপর থেকে বাবা-মা, বোন, শিক্ষকের বাইরেও বন্ধুদের ভূমিকা অনুভব করেছি।

BHU-তে থাকাকালীন-ই আমাদের Topology-Sir, Dr. Anupam Priyadarshi-এর সাথে কথা বলি এবং আমার বিদেশে Ph. D. করার ইচ্ছা পোষণ করি। তিনি তখন আমাকে Mathematical Biology সম্বন্ধে প্রথম ধারণা দেন এবং world-wide-এ বিষয়টা কতটা চর্চিত, এবং এই বিষয়ে কাজ করার কথা বলেন। আমি রীতিমত অবাক, প্রথমত, Mathematical Biology বলে যে একটি বিষয় বিশ্বজুড়ে বহুলচর্চিত সেটা অজানা ছিল। দ্বিতীয়ত, আমি সবসময় Number theory তে কাজ করব ভেবে এসেছিলাম আর applied mathematics-এর base আমার একটু নড়বড়ে ছিল। সে এক অদ্ভুত টানাপোড়েন। নতুন বিষয়টার প্রতি এতটা টান অনুভব করছিলাম আবার ভয়ও পেয়েছিলাম যে পারব কিনা। Coursework, পরীক্ষা এসবের মাঝে নতুন বিষয়টাকে সময় দিতে। স্যারকে সব জানাই। তিনি বলেন, "Growth is painful, change is painful but it is inevitable." সত্যিই তাই। প্রতি পদক্ষেপ-এ তা বুঝতে পারি। পরবর্তীতে এই বিষয়েই Project এর কাজ শুরু করি। বিদেশে Ph. D. করার পরীক্ষাতে বসব এই কথা জানাতে বাড়ি থেকে একটু আপত্তি জানিয়েছিল কিন্তু সেটা আরও দৃঢ় হল যখন প্রথমবার CSIR-NET পরীক্ষাতে বসি এবং উত্তীর্ণ হই। বিদেশে apply করার পদ্ধতি বেশ লম্বা, সেই semester-এ apply করতে ইচ্ছুক তার একবছর

আগে থেকে বিভিন্ন পরীক্ষা দিতে হয়। তার জন্য সবচেয়ে জরুরী হল American English জানা। শুরু হল GRE-এর প্রস্তুতি। বিদেশের পরীক্ষাগুলির মধ্যে GRE পরীক্ষাটি সবচেয়ে কঠিন। মূলত এর English section টি। এই পরীক্ষাটি একবারে পাস করলেও TOEFL পরীক্ষাটি আমাকে দু-বার দিতে হয়। তারপর শুরু হয় University Selection. অর্থাৎ কোথায় apply করব। লিখতে হয় S.O.P. অর্থাৎ Mathematics-এ আমার আগ্রহের কারণ, Diversity Statement অর্থাৎ Mathematics-এ Ph.D. করার পর সমাজের প্রতি দায়বদ্ধতা এবং আরও কিছু writing sample। তার পরবর্তী পদক্ষেপ হল recommendation letter অর্থাৎ যে অধ্যাপকরা আমায় পড়িয়েছেন তাদের থেকে আমার দক্ষতা এবং এই বিষয়ে performance-এর যাচাই করা। এই সময় দেবদূতের মতো আমাকে বাঁচান অনামিত্র স্যার। তারপর আমার দুটি project-এর উপর হয় interview ও সর্বোপরি আমার উত্তরে তারা সন্তুষ্টি লাভ করে। 21st February 2024-এ আমি University of Iowa থেকে offer letter পাই। সমস্ত প্রক্রিয়াতে শারীরিক, মানসিক চাপ অনেকটাই ছিল, কিন্তু এই পুরো প্রক্রিয়াতেই আমার ধৈর্য আর মনের জোর দুই ই বেড়েছে। তারপর শুরু হয় Legal process। সে আর এক ঝক্কি, এসব করতে করতে 2nd August-এ একাএকা চলে এলাম Iowa তে। দিব্য কাটছে দিন—প্রথমবার একা একা এতোটা লম্বা সফর, প্রথমবার snowfall দেখা—আবার সেই snow তেই আছাড় খেয়ে পড়ে যাওয়া, কখনো কখনো কাজের অতিরিক্ত চাপ। বিদেশে এসে weekend এ দুর্গাপুজো, পরিবারের বাইরেও যে নতুন একটা পরিবার, ঘড়ির কাঁটা মিলিয়ে মিলিয়ে মিটিং মিছিল, চলে যাচ্ছে দিন।

এই 25 বছরের জীবনে অনেক ঘটনাই bifurcation parameter-এর মতো কাজ করছে। যার ফলে অনেক কিছুই সম্ভব হয়েছে। আজ এত দূরে একা দাঁড়িয়ে থাকার সাহস জুগিয়েছে পরিবার, স্কুল-কলেজ, বিশ্ববিদ্যালয়ের শিক্ষক-শিক্ষিকা, অধ্যাপক-অধ্যাপিকা ও বন্ধুরা। এখনও অনেক পথ বাকি, আপাতত এই পথের সঙ্গী অঙ্কই।

——————

A Breif History of Fractional Calculus

Shraban Das

Year of admission : 2015

The initial question that gave rise to the term “fractional calculus” as whether the concept of a derivative of integer order could be extended to make sense when the order is a fraction. Later the question became: Can *n* be any number: fractional, irrational, or complex? Because the latter question was answered affirmatively, the name “fractional calculus” has become a misnomer and might better be called integration and differentiation to an arbitrary order.

Leibniz invented the notation $\frac{"d^n y"}{dx^n}$. Perhaps it was a naive play with symbols that prompted L'Hôpital in 1695 to ask Leibniz: “What if n be $\frac{1}{2}$?” Leibniz replied: “This is an apparent paradox from which, one day, useful consequences will be drawn.”

In his letters to Johann Bernoulli, Leibniz refers to derivatives of “general order.” In a separate correspondence with John Wallis, where Wallis’s infinite product is discussed, Leibniz suggests that differential calculus could have been employed to derive this result. He uses the notation $\frac{d^{\frac{1}{2}}y}{dx^{\frac{1}{2}}}$ to represent the derivative of a order $\frac{1}{2}$.

In 1730 Fourier wrote that “if n is a positive integer $\frac{d^n y}{dx^n}$ can be found by continued differentiation. Such a way, however, is not evident if n is a fraction. But yet with the help of interpolation, one may be able to expedite the matter.”

In 1819, the first mention of a derivative of arbitrary order appears in a text. In his 700 page text on calculus, S. F. Lacroix developed a mere mathematical exercise generalizing from a case of integer order. Starting with $y = x^m$, m being a positive integer, Lacroix easily develops the n-th derivative

$$\frac{d^n y}{dx^n} = \frac{m!}{(n-m)!} x^{m-n}, \; m \geq n. \tag{0.1}$$

Using Legendre's symbol for the generalized factorial (the gamma function), he gets

$$\frac{d^n y}{dx^n} = \frac{\Gamma(m+1)}{\Gamma(m-n+1)!} x^{m-n}. \tag{0.2}$$

He then gives the example for $y = x$ and $n = \frac{1}{2}$, and obtains

$$\frac{d^{\frac{1}{2}} y}{dx^{\frac{1}{2}}} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{\pi}}. \tag{0.3}$$

Joseph Fourier was the next to mention derivatives of arbitrary order. His definition of fractional differentiation was based on his integral representation of any function f :

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha)\, d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \cos p(x-\alpha)\, dp \tag{0.4}$$

Now

$$\frac{d^n}{dx^n} \cos p(x-\alpha) = p^n \cos\left[p(x-\alpha) + \frac{n\pi}{2}\right] \tag{0.5}$$

Formally replacing n with u (u arbitrary) he obtained the generalization:

$$\frac{d^u}{dx^u} f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha)\, d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} p^u \cos\left[p(x-\alpha) + \frac{u\pi}{2}\right] dp \tag{0.6}$$

Fourier states : "The number u that appears in the above will be regarded as any quantity, positive or negative".

Liouville made the first major study of fractional calculus. He published three long memoirs in 1832 and several more publications in rapid succession. The starting point for his theoretical development was the known result for derivatives of integral order:

$$D^m e^{ax} = a^m e^{ax}, \tag{0.7}$$

which he extended in a natural way to derivatives of arbitrary order

$$D^v e^{ax} = a^v e^{ax} \tag{0.8}$$

He assumed that the arbitrary derivative of a function *f(x)* that may be expanded in a series of the form

$$f(x) = \sum_{n-0}^{\infty} c_n e^{a_n x}, \quad \mathrm{Re}(a_n) > 0 \tag{0.9}$$

is

$$D^v f(x) = \sum_{n-0}^{\infty} c_n a_n^v e^{a_n x} \tag{0.10}$$

Formula (0.10) known as Liouville's first formula for a fractional derivative. It generalizes in a natural way a derivative of arbitrary order *v*, where is any number: rational, irrational, or complex. But it has the obvious disadvantage of being applicable only to functions of the form (0.9). Liouville might have been aware of these limitations, which led him to propose a second definition.

To obtain his second definition he started with a definite integral related to the gamma function:

$$D^v x^{-a} = \frac{(-1)^v \Gamma(a+v)}{\Gamma(a)} x^{-a-v}, \quad a > 0. \tag{0.11}$$

But Liouville's definitions were too narrow to last. The first definition is restricted to functions of the class (0.9), and the second definition is useful only for functions of the type x^{-a} (with $a > 0$). Neither is suitable to be applied to a wide class of functions.

G. F. Bernhard Riemann developed his theory of fractional integration in

his student days, but he withheld publication. It was published posthumously in his Gesammelte Werke [1892]. He sought a generalization of a Taylor series and derived

$$D^{-v} f(x) = \frac{1}{\Gamma(V)} \int_c^x (x-t)^{v-1} f(t)\,dt + \psi(x). \tag{0.12}$$

Because of the ambiguity in the lower limit of integration c, Riemann saw fit to add to his definition a complementary function $\psi(x)$. This complementary function is essentially an attempt to provide a measure of the deviation from the law of exponents. The question of existence of a complementary function caused considerable confusion.

The earliest work that ultimately led to what is now called the Riemann-Liouville definition appears to be the paper by N. Ya. Sonin entitled “On differentiation with arbitrary index.” Using Cauchy’s integral formula and taking Gamma function in place of factorial, by the method of contour integration he produces the definition

$$ {}_{c}D_{x}^{-v} f(x) = \frac{1}{\Gamma(V)} \int_{c}^{x} (x-t)^{v-1} f(t)\,dt, \ \ \mathrm{Re}(v) > 0. \qquad (0.13)$$

for integration to an arbitrary order.

When $x > c$ in (0.13), we have Riemann’s definition (0.12) but without a complementary function. The most used version occurs when $c = 0$,

$$ {}_{0}D_{x}^{-v} f(x) = \frac{1}{\Gamma(V)} \int_{c}^{x} (x-t)^{v-1} f(t)\,dt, \ \ \mathrm{Re}(v) > 0. \qquad (0.14)$$

This form of the fractional integral often is reffered to as the Riemann-Liouville fractional integral.

Above, we have provided a brief overview of some classical developments in fractional calculus. Over time, numerous fractional derivatives and integrals have been proposed and studied by several mathematicians.

In conclusion, fractional calculus provides a fascinating extension of classical calculus, allowing us to explore mathematical concepts that involve derivatives and integrals of non-integer orders. By generalizing the notions of differentiation and integration, fractional calculus has proven to be a powerful tool in various fields such as physics, engineering, and finance. Although the subject may initially seem abstract, its practical applications demonstrate the deep connections between theory and real-world phenomena. As you continue your studies, a deeper understanding of fractional calculus can open doors to new methods and insights, contributing to more advanced problem-solving strategies in diverse disciplines.

An Overview of Operations Research: Techniques, Applications, and Importance

Susmita Sen

Year of admission : 2018

Introduction to Operations Research (OR)

Operations Research (OR) is a field of study that applies advanced analytical methods to help make better decisions. It is a discipline that uses mathematical models, statistical analysis, optimization techniques, and algorithms to solve complex decision-making problems in various industries. OR is crucial for organizations aiming to improve their efficiency, reduce costs, optimize resources, and make data-driven decisions.

The origins of Operations Research can be traced back to World War II, where military operations required better resource allocation and logistical planning. Since then, the field has evolved and expanded into a wide range of industries, including manufacturing, transportation, finance, healthcare, and telecommunications.

Operations Research (OR) is a multidisciplinary field that uses mathematical models, statistical analysis, and optimization techniques to solve complex decision-making problems in business, engineering, and other domains. The primary goal of operations research is to provide a systematic and quantitative approach to decision-making that enhances efficiency, productivity, and overall performance. In the following sections, we will explore the history, scope, key methodologies, applications, and challenges of operations research, providing a detailed overview of the field.

Key Techniques in Operations Research

1. Linear Programming (LP): Linear Programming is a mathematical technique used to optimize a linear objective function, subject to a set of linear constraints. It is widely used in problems involving the allocation of limited resources such as production planning, workforce management, and transportation logistics. The Simplex method is commonly used to solve LP problems.

2. Nonlinear Programming (NLP): In cases where the objective function or constraints are nonlinear, nonlinear programming methods are used. NLP is applied in many real-world problems where relationships between variables are complex and not linear.

3. Dynamic Programming (DP): Dynamic programming is used for solving problems that can be broken down into smaller sub-problems. It is particularly useful for sequential decision problems and multi-stage optimization, such as inventory control, shortest path problems, and resource allocation.

4. Integer Programming (IP): Integer Programming is an extension of linear programming where some or all of the decision variables are restricted to be integers. It is particularly useful for problems involving discrete decisions, such as scheduling, facility location, and project selection.

5. Simulation: Simulation techniques are used to model and analyze the behavior of complex systems over time. By simulating real-world processes, OR practitioners can study how systems respond to different inputs and conditions without physically implementing them. Simulation is widely used in manufacturing, supply chain management, and queuing systems.

6. Queuing Theory: Queuing Theory deals with the study of waiting lines or queues. It helps in understanding and optimizing systems where there is a constant arrival of entities (like customers or data packets) and limited resources to serve them. This technique is particularly useful in telecommunications, healthcare, retail, and transportation sectors.

Applications of Operations Research

1. Manufacturing and Production: In manufacturing, OR techniques are used to optimize production schedules, manage inventory, and streamline supply chains. For instance, linear programming can help in determining the optimal number of products to manufacture given constraints on resources. Simulation can also be applied to model production lines and improve operational efficiency.

2. Transportation and Logistics: OR is widely used in transportation and logistics to solve problems related to routing, scheduling, and inventory management. The famous Traveling Salesman Problem (TSP), which seeks to find the shortest route for a salesman visiting multiple cities, is an example of an OR problem in logistics.

3. Healthcare: In healthcare, OR is used for hospital management, patient scheduling, resource allocation, and the optimization of medical procedures. For example, queuing theory is used to optimize patient flow in emergency rooms, while linear programming can help in optimizing hospital staff schedules.

4. Financial Services: OR is also applied in finance to solve problems such as portfolio optimization, risk management, and financial planning. Techniques like decision analysis and simulation are commonly used in investment analysis and to evaluate the risk of different financial instruments.

5. Supply Chain Management: OR techniques are essential in optimizing supply chains, where the goal is to reduce costs and improve efficiency. Techniques such as inventory optimization, transportation planning, and demand forecasting are key applications of OR in supply chain management.

6. Telecommunications: In the telecommunications industry, OR is used to optimize network performance, minimize congestion, and improve resource allocation. For example, network flow analysis is used to optimize the routing of data in networks, while queuing theory helps in analyzing and improving the performance of communication systems.

7. Energy and Utilities: In the energy sector, OR is used for resource management, demand forecasting, and optimizing power generation and distribution. Techniques like linear programming are used to optimize the allocation of energy resources, and simulation is used to model and manage energy grids.

Importance of Operations Research

1. Improved Decision-Making: The primary benefit of OR is its ability to provide decision-makers with the tools to make informed, data-driven decisions. By using mathematical models and analytical techniques, organizations can evaluate different alternatives and choose the best course of action.

2. Cost Reduction: OR helps organizations minimize costs by identifying inefficiencies and suggesting optimal solutions. This is especially beneficial in industries where resource allocation and operational efficiency directly impact profitability.

3. Resource Optimization: OR techniques enable businesses to allocate limited resources such as time, money, and manpower more effectively. This leads to increased productivity and better utilization of assets.

4. Increased Efficiency: By analyzing complex systems and processes, OR helps identify bottlenecks, streamline operations, and improve overall efficiency. This is especially valuable in manufacturing, supply chains, and service industries.

5. Better Risk Management: With methods like decision analysis and simulation, OR helps businesses evaluate potential risks and their consequences. This enables organizations to make more informed choices and develop strategies for mitigating risks.

6. Competitive Advantage: Organizations that effectively apply OR techniques are often able to gain a competitive advantage by making smarter decisions, improving efficiency, and delivering better value to customers. This can be crucial in industries with high competition, such as manufacturing, logistics, and finance.

Mathematics at Maharaja Manindra Chandra College: A Legacy of Excellence

Vikash Kumar Gupta

Semester-V

Mathematics has always been the backbone of scientific and technological advancements, and at Maharaja Manindra Chandra College, it holds a special place in our academic and intellectual journey. As we gather for this reunion, it is an opportune moment to reflect on the rich mathematical heritage of our institution, our personal growth in this field, and the promising future it holds for aspiring mathematicians.

Mathematics: A Pillar of Intellectual Development

Mathematics is not just about numbers and formulas—it is a language of logic, precision, and abstraction. At Maharaja Manindra Chandra College, our rigorous curriculum in Real Analysis, Abstract Algebra, Linear Algebra, Calculus, Vector Analysis, Probability, and Game Theory has shaped us into critical thinkers. The structured approach of our faculty has encouraged us to explore beyond textbooks, connecting theoretical concepts with real-world applications.

Our professors have always emphasized problem-solving techniques, fostering an environment where students develop deep analytical skills. Whether it is proving the fundamental theorems of algebra or solving complex differential equations, the journey has been intellectually stimulating and rewarding.

Memorable Classroom Experiences :

Mathematics classes at our college have been more than just lectures; they have been interactive sessions of discovery. The joy of understanding an intricate proof, the challenge of solving unsolved problems, and the excitement of tackling advanced mathematical concepts are memories that we all cherish.

The department's commitment to academic excellence is reflected in seminars, workshops, and guest lectures by distinguished mathematicians. These events have provided us with insights into current research trends, making us aware of how mathematics is shaping industries, from artificial intelligence to financial modeling.

Friendship and Collaboration in Mathematics :

One of the most beautiful aspects of studying mathematics at Maharaja Manindra Chandra College has been the strong sense of camaraderie among students. Solving difficult problems together, discussing different approaches, and engaging in friendly mathematical debates have strengthened our friendships and deepened our understanding of the subject.

Mathematical problem-solving often requires teamwork, and the collaborative spirit we developed here will continue to guide us in our professional and academic endeavors.

Looking Ahead : The Future of Mathematics :

As we step beyond college life, mathematics remains a guiding force. Many of us will pursue careers in academia, research, data science, finance, cryptography, and applied mathematics. The strong foundation we have built here will serve as a stepping stone for future discoveries and innovations.

Mathematics is ever-evolving, and as alumni of this esteemed institution, we carry the responsibility of advancing the subject further. Whether through research, teaching, or practical applications, we will continue contributing to the world of mathematics in meaningful ways.

A Heartfelt Thank You :

As we celebrate this reunion, let us express our gratitude to our professors, mentors, and fellow students who have been a part of this incredible journey. The knowledge we have gained and the friendships we have built will always remain invaluable.

May Maharaja Manindra Chandra College continue to inspire generations of mathematicians, just as it has inspired us.

Long live the love for mathematics!

Mathematics: The Art of Logical Thinking

Sumit Kumar Singh

Semester-V

Mathematics is more than just numbers and equations—it is the foundation of logic, problem-solving, and critical thinking. As we reunite at Maharaja Manindra Chandra College, it is the perfect time to reflect on the profound impact mathematics has had on our academic journey and how it continues to shape the world around us.

Mathematics : A Tool for Understanding the World

Mathematics is the universal language that explains the patterns of nature, the structure of the universe, and the complexities of technology. From calculus in physics to probability in statistics, every concept we have learned at our college has given us a deeper insight into how the world operates.

At Maharaja Manindra Chandra College, we have explored subjects like Group Theory, Linear Algebra, Real Analysis, and Game Theory, realizing that each mathematical discipline connects to real-world applications. The power of mathematics lies in its ability to transform abstract ideas into practical solutions.

Lessons from the Classroom and Beyond

The rigorous training we have received in mathematics has not only sharpened our minds but also instilled a habit of logical reasoning and structured thinking. The thrill of proving a theorem, the challenge of solving complex problems, and the satisfaction of discovering elegant solutions have been the highlights of our journey.

Our professors have always emphasized conceptual understanding over memorization, pushing us to question, analyze, and discover. The mathematical discussions, late-night problem-solving sessions, and friendly debates with classmates have made learning an exciting and collaborative experience.

Mathematics and Its Role in Future Innovations

In today’s digital age, mathematics is the backbone of artificial intelligence, cryptography, data science, and financial modeling. The knowledge we have gained here will serve as a stepping stone for future research and technological advancements.

Mathematics is not just a subject—it is a mindset. Whether we pursue careers in research, academia, business, or technology, the logical approach we have developed through mathematics will guide us in solving real-world problems efficiently.

A Tribute to Our College and Faculty

As we celebrate this reunion, we must acknowledge the dedication of our professors and mentors, who have been instrumental in shaping our academic growth. Their guidance has instilled in us the confidence to tackle complex challenges and the curiosity to explore new ideas.

The friendships we have built, the knowledge we have gained, and the experiences we have shared will remain with us forever. Mathematics has given us the ability to think critically and solve problems systematically, skills that will stay relevant no matter where life takes us.

Conclusion : The Beauty of Mathematics

Mathematics is timeless, and its impact is limitless. As we move forward, let us continue to embrace the beauty of mathematical thinking and apply it to make meaningful contributions to society.

Here's to a lifelong journey of discovery and learning in mathematics!

The Role of Mathematics in Shaping the Future

Rohit Kumar Shaw

Semester-V

Mathematics has been the foundation of human progress for centuries, driving advancements in science, technology, and daily life. As we gather for this reunion at Maharaja Manindra Chandra College, it is a perfect time to reflect on the significance of mathematics in our education and its profound impact on the world around us.

Mathematics: The Universal Language

Mathematics is often called the language of the universe because it explains everything from the motion of planets to the behavior of subatomic particles. Whether in calculus, algebra, or statistics, we have seen how mathematical principles provide clarity and structure to seemingly complex phenomena.

During our time at Maharaja Manindra Chandra College, we have explored diverse mathematical fields such as Abstract Algebra, Linear Algebra, Real Analysis, Probability, and Game Theory. These subjects have not only enhanced our problem-solving skills but also prepared us for real-world applications in science, finance, engineering, and technology.

Mathematics in Everyday Life and Innovation

Mathematics is not limited to textbooks or classrooms—it plays a crucial role in shaping modern advancements. From encryption in cybersecurity to predictive modeling in artificial intelligence, mathematical algorithms influence nearly every aspect of the digital world.

Fields like data science, machine learning, and cryptography heavily rely on mathematical concepts, proving that mathematics is a driving force behind the most groundbreaking innovations of our time. As students of this powerful subject, we are equipped with the tools to contribute to these evolving fields.

The Joy of Learning Mathematics

Studying mathematics at Maharaja Manindra Chandra College has been an exciting and intellectually rewarding journey. The challenge of solving complex problems, the thrill of discovering elegant proofs, and the satisfaction of understanding deep mathematical theories have made our learning experience truly unique.

We owe our gratitude to our professors, mentors, and peers, who have guided us through this journey. Their dedication and encouragement have shaped us into critical thinkers and problem solvers.

Looking Ahead: The Future of Mathematics

As we step into the future, mathematics will continue to be an essential part of our personal and professional lives. Whether in scientific research, financial analysis, technology, or academia**, the mathematical skills we have gained will remain invaluable.

Our responsibility as mathematicians is to explore, innovate, and apply our knowledge to solve real-world challenges. Mathematics is a field that constantly evolves, and we must continue learning and growing to keep up with its advancements.

Conclusion: A Lifelong Passion for Mathematics

Mathematics is more than just a subject—it is a way of thinking, a tool for understanding the world, and a path to innovation. As we celebrate this reunion, let us carry forward our passion for mathematics and use it to make meaningful contributions to society.

Here's to a future shaped by the power of mathematics!

Compounding : The Miracle of Exponential Growth

Gour Hait

Year of admission : 2017

What do we mean when we say something grows exponentially? This article will give you a brief introduction to the concept of exponential growth and how compounding works as exponential growth over time. First, let us understand this by an example.

Suppose a company is hiring employees for a 3-year project. The company offers two types of salary methods, either you can opt for monthly salary of r 10 lakhs or you can take just r1 for the first month which doubles in the subsequent months. Suppose, your friend chose the first type of method and you chose the second type of method. So, after the first year, your friend will have r1.2 cr while you will have just r4095! So, you may feel despair and think that it would have been better if you had chosen the first method. But hold on, the miracle is yet to be revealed. After the completion of the project, your friend will have a total of r3.6 cr. Can you guess how much money you will have? It is more than r6871 cr! But how did this happen? Let us see. After the first month you have just r1, after the second month r2, after the third month r4 that is, 2^2 etc. In general, after n + 1 month, you will have r2^n. This type of growth is called the exponential because we are describing the quantity that changes over time as 2 raised to the exponent n. So, after 3 years, that is, 36 months, you will have a total r$(1 + 2 + 2^2 + ... + 2^{35})$. This is a finite geometric series consisting of 36 terms with the first term 1 and common ratio 2. So, the sum is equal to $\frac{2^{36}-1}{2-1}$, that is, 68719476735. Although this may not seem realistic, it gives an idea about the power of exponential growth over time. There is another interesting example of exponential growth. Just take a A4 size paper and see how many times you can fold it in half. You can do it hardly 7–8 times. But if you were able to fold it 42 times, it would be as thick as the distance from the earth to the moon i.e., 384400 km! It is too hard to believe, but it is true indeed! Exponential growth involves repeated multiplication. We don’t come across this kind of growth too often in everyday life. We are much familiar with repeated addition, that is, calculation of the form 2 + 2 + 2 +.......rather than 2 × 2 × 2 × ..... The growth we get from addition is a lot slower, which is why it•fs easy to underestimate the power of exponential growth.

What we have looked at so far was only an example, and there are several generalisations we can make. Firstly, the base of the exponential expression doesn't have to be 2, it could be any real number that is greater than 1. Secondly, rather than thinking of time as proceeding in discrete monthly steps, we can think of it as being continuous. This can be captured by the expression b^t, where $b > 1$ and the time $t \geq 0$ can run from 0 upto ∞. We can also multiply the time variable by some constant $c > 0$ and the entire expression by some positive constant a. This now gives the expression ab^{ct}. Any such expression for the real numbers a, b, and c with $a, c > 0$ and $b > 1$ describes exponential growth.

Now we shall discuss how compounding works as exponential growth. First, we must know what is compounding? Interest is the percentage of the original amount of money, known as the principal, you earn on an investment or pay on a loan. Compound interest is the interest calculated on the initial principal plus all the accumulated interests from previous periods on a deposit or a loan. It is a simple but beautiful mathematical concept that can turn a small investment into a large amount over time. The famous scientist Albert Einstein said,*"Compound interest is the eighth wonder of the world. He who understands it, earns it. He who doesn't, pays it."*•Whether you are weak in mathematics or do not love mathematics, after understanding the concept of compounding, you will fell in love with mathematics and mathematics never changes or lies. Therefore, the derivations and lessons in this article will remain valid and relevant for all years and ages to come, without an expiry date.

Suppose, you started to earn at the age of 25 and you are determined to invest ₹10000 per month in an investment plan which gives 15% return (This rate is realistic over long period) compounded annually till you are of 45 years old. Can you guess how much money you will be able to acquire? It will be more than ₹1.5 cr. Now you stop your monthly investment and wait till you turn 50 years old. Then you will have more than ₹ 3 cr and more than ₹12 cr when you turn 60. So, what is the mathematics behind these calculations?

Suppose you invest a principal of ₹P in an investment plan that gives r% return compounded annually (in the computation we always express r as a decimal, for example, 0.05 instead of 5%). So, at the end of the first year, your investment will be $P + Pr$ i.e., $P(1 + r)$, at the end of second year, $P(1 + r) + P(1 + r)r$ i.e., $P(1 + r)^2$ and so on until after t years the investment will become $P(1 + r)^t$. Denoting this amount by A, we get the formula

$$A = P(1 + r)^t. \quad (1)$$

Sometimes the interest is calculated several times within a year. Suppose the compounding is done n times in a year. For each compounding period the interest will be $\frac{r}{n}$. Since there are (nt) compounding periods in t years, a principal amount r P will become

$$A = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt} \qquad (2)$$

in t years. Here P is the initial invested amount, r is the annual return, n is the number of compounding periods, t is the number of years and A is the final amount after t years. This is the equation that helps the rich to be richer and millionaires to be billionaires throughout the world! Obviously equation (1) is a special case of equation (2), where we take $n = 1$. As you can see the expression under the bracket is strictly greater than 1 and so this expression works as exponential growth over time t. Equation (2) depends on four variables P, r, n and t, of which the variable n appears in two places. So it may have a special effect. It would be interesting to compare the amount of money a given principal will generate in 1 year for different compounding periods i.e., for different values of n. To understand this better, we take $P = 1$ and $r = 1$ i.e., you may think that you have invested r1 in a bank that gives 100% return(though no bank gives such offer but we shall consider it for our understanding). So, the equation (2) becomes

$$A = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}.$$

If the interest is calculated annually i.e., $n = 1$, then $A = 2$. If the interest is calculated half-yearly i.e., $n = 2$, then $A = 2.25$. If the interest is calculated quarterly i.e., $n = 4$, then $A = 2.44$. If the interest is calculated monthly i.e., $n = 12$, then $A = 2.61$. If the interest is calculated weekly i.e., $n = 52$, then $A = 2.69$. If the interest is calculated daily i.e., $n = 365$, then A = 2.71. Thus, we can see that the value of A is strictly increasing for increasing number of compounding periods. Now the question is, are you able to turn your intial investment r1 to r3 by taking the number of compounding periods sufficiently large? The answer is NO! Even if you compound it continuously, the value of A will converge to the 2.7182818284590452..., which is strictly less than 3. This is an irrational number and is denoted by e. Thus e becomes the first number to be defined by a limiting process, $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} = e$. So, for continuous compounding, the equation (2) becomes

$$A = \lim_{n\to\infty} P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt} = Pe^{rt}$$

So far we have discussed about one time investment. What will be the mathematical formula for a systematic investment plan? Suppose you invest a fixed amount of money, say rP, after every year in an investment plan that gives r% interest compounded annually. So, after the first year, the investment will be P + Pr i.e., $P(1 + r)$. Now, you are adding extra amount rP and hence the revised amount will be $P(1 + r) + P$. So, after the second year the total investment will be $\{P(1 + r) + P\}(1 + r) = P(1 + r)^2 + P(1 + r)$. Continuing in this way, after n years the total investment will become $P(1+ r) + P(1 + r)^2 + ... + P(1 + r)^{n-1} + P(1 + r)^n$. This is also a finite geometric series consisting of n terms with the first term $P(1 + r)$ and common ratio $1 + r$. If we denote this sum by A, then

$$A = \frac{P(1 + r)\{(1 + r)^n - 1\}}{1 + r - 1} = \frac{P(1 + r)\{(1 + r)^n - 1\}}{r}.$$

Instead of a year, if you invest x times in a year, then the formula will be,

$$A = \frac{P\left(1+\frac{r}{x}\right)\left\{\left(1+\frac{r}{x}\right)^{nx} - 1\right\}}{\frac{r}{x}}.$$

So if you save just r5 daily i.e., r150 every month and invest it monthly in an investment plan that give 15% return annually, then after 30 years you will have more than r1000000. Just put $P = 150$, $r = 0.15$, $x = 12$, $n = 30$ and you will get A = 1051473.

Don ft forget what Einstein said, *"...He who doesn't, pays it."* This becomes true when you take a loan and then compounding works against you. Suppose you take a loan of rP at r% interest compounded anually and you want to repay the full amount within n years. So what will be your yearly repayment amount? After the first year the total due amount becomes $P + Pr = P(1 + r)$ and you make a repayment, say rm. Thus, the revised due amount is $P(1 + r) - m$. After the second year the total due amount becomes $\{P(1+ r) - m\}(1 + r) = P(1 + r)^2 - m(1 + r)$ and you again make a repayment of rm. So, the revised due amount after the second year becomes $P(1 + r)^2 - m(1 + r) - m$. Continuing in this way, after n years the total due amount will be $P(1 + r)^n - m(1 + r)^{n-1} - {}^{m}(1 + r)^{n-2} - ... - m(1 + r) - m$.

But since after n years the due amount will be 0, we have

$$P(1+r)^n - m(1+r)^{n-1} - m(1+r)^{n-2} - \ldots - m(1+r) - m = 0.$$

$$\Rightarrow m\{1 + (1 + r) + (1 + r)^2 + \ldots + (1 + r)^{n-1}\} = P(1 + r)^n.$$

$$\Rightarrow m \times \frac{(1+r)^n - 1}{1+r-1} = P(1+r)^n$$

$$\Rightarrow m = \frac{rP(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}.$$

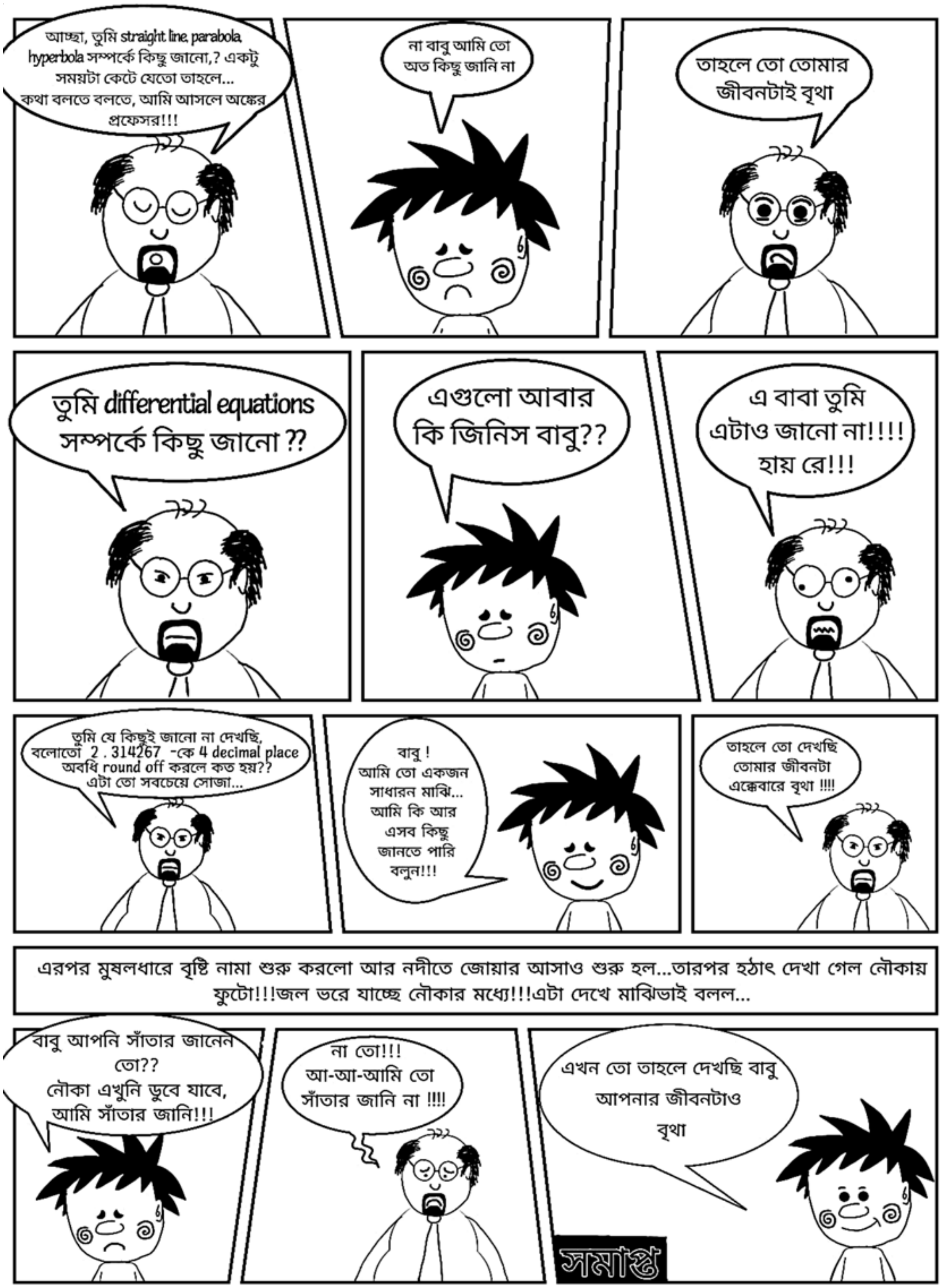
For monthly installments, the value of m will be

$$\Rightarrow m = \frac{\frac{rP}{12}\left(1+\frac{r}{12}\right)^{12n}}{\left(1+\frac{r}{12}\right)^{12n} - 1}.$$

Suppose you want to buy a flat and for this you take a home loan of r2500000 at 10% annual interest and you have decided that you will repay the full amount in 30 years. So what will be your monthly EMI? Put P = 2500000, r = 0.1, n = 30 and you will see that your monthly EMI is r21939. Which is more dangerous, that the total interest that you have to pay is more than r5300000, which is more than twice the amount you took as a loan!

So try to stay away from taking a big amount of loan over a long period; rather, start investing even though it's a little amount. Investing is an essential step to put your money to work and potentially build wealth using the advantages of compounding. As you have seen, time is very much crucial for compounding to work. So, try to start investing as early as possible (if you wish). There is a Chinese saying, "*The best time to plant a tree was twenty years ago. The second best time is now.*" Stay compounding!


ড. কৌস্তুভ সেন
লেখায় ও রেখায়:- সৃঞ্জয় ভৌমিক (পঞ্চম সেমিস্টার)
ও ভাই, তুমি কি নদী পার করাচ্ছো? আমি 1729 দিন পরে বাড়ি যাচ্ছি, কত টাকা নেবে?
আজ্ঞে বাবু, 2 টাকা নেবো। আসুন আমার নৌকায় উঠে পড়ুন।
বা:!!!তোমার নৌকাটা তো বেশ ভালোই!! তা তুমি কোথায় থাকো হে??
আজ্ঞে বাবু, আমি পাইপাড়ায় থাকি । এই নৌকা চালিয়ে যা উপার্জন করি তা দিয়েই সংসার চালাই।
π- পাড়া??
বৃষ্টি হতে পারে বাবু, আপনি ভেতরে চলে যান।
আমার ঘড়িটা ৩ টে ১৪ বাজে!!! তাড়াতাড়ি চলো হে ভাই!! বৃষ্টি আসছে।



আচ্ছা, তুমি straight line, parabola, hyperbola সম্পর্কে কিছু জানো,? একটু সময়টা কেটে যেতো তাহলে... কথা বলতে বলতে, আমি আসলে অঙ্কের প্রফেসর!!!
না বাবু আমি তো অত কিছু জানি না
তাহলে তো তোমার জীবনটাই বৃথা
তুমি differential equations সম্পর্কে কিছু জানো ??
এগুলো আবার কি জিনিস বাবু??
এ বাবা তুমি এটাও জানো না!!!! হায় রে!!!
তুমি যে কিছুই জানো না দেখছি, বলোতো 2 . 314267 -কে 4 decimal place অবধি round off করলে কত হয়?? এটা তো সবচেয়ে সোজা...
বাবু ! আমি তো একজন সাধারন মাঝি... আমি কি আর এসব কিছু জানতে পারি বলুন!!!
তাহলে তো দেখছি তোমার জীবনটা এক্কেবারে বৃথা !!!!
এরপর মুষলধারে বৃষ্টি নামা শুরু করলো আর নদীতে জোয়ার আসাও শুরু হল...তারপর হঠাৎ দেখা গেল নৌকায় ফুটো!!!জল ভরে যাচ্ছে নৌকার মধ্যে!!!এটা দেখে মাঝিভাই বলল...
বাবু আপনি সাঁতার জানেন তো?? নৌকা এখুনি ডুবে যাবে, আমি সাঁতার জানি!!!
না তো!!! আ-আ-আমি তো সাঁতার জানি না !!!!
এখন তো তাহলে দেখছি বাবু আপনার জীবনটাও বৃথা
সমাপ্ত

Blockchain Technology : A Revolutionary Innovation

Ankan Ghosh

Year of admission : 2018

Blockchain technology has emerged as one of the most innovative ideas of this digital age. At its core, a blockchain is a shared immutable ledger that facilitates the process of recording transactions and tracking assets across a business network. It is heavily reliant on the concept of 'Cryptography', which is the study of rules and regulations that protect data from unauthorised access. Cryptographic techniques such as hash functions are fundamental to blockchain's security, integrity an functionality. The key components of blockchain include:

Decentralization: Unlike traditional centralized databases controlled by a single entity, blockchain operates on a peer-to-peer (P_2P) network, where all participants (nodes) have access to the ledger.

Transparency: Transactions on a public blockchain are visible to all participants, ensuring accountability and trust.

Blockchain technology has numerous real-world applications:

i) The most well-known application is in cryptocurrencies like Bitcoin and Ethereum. Blockchain enables secure and transparent transactions without the need for banks.

ii) In healthcare ,blockchain secures patient data and ensures the integrity of medical records.

iii) Blockchains can improve transparency in elections by enabling secure and verifiable online voting.

Overall, the future of blockchain looks promising with many advancements still to come. Additionally, the integration with Artificial Intelligence (AI) and the Internet of Things (IoT) will unlock new possibilities for automation and security.

RELATION OF DEPRESSION WITH SPRITUALITY

Kaninika Pal

Semester-V

Depression is a serious mental disorder that can affect anyone, regardless of age, gender, or race. It's characterized by a prolonged sad mood that interferes with daily life.It is a special kind of sadness. If the sadness lasts more than 2-3 weeks it is considered as clinical depression.

It can cause a range of symptoms, including:

- **Mood:** A persistent low mood, sadness, or feeling empty
- **Emotions:** Feelings of hopelessness, helplessness, guilt, worthlessness, or low self-esteem
- **Energy:** Feeling tired, fatigued, or slowed down
- **Sleep:** Difficulty in sleeping, waking up too early, or oversleeping
- **Appetite:** Changes in appetite or unplanned weight changes
- **Concentration:** Difficulty in concentrating, remembering, or making decisions
- **Interest:** Loss of interest in activities, hobbies, or life
- **Thoughts:** Thoughts of death, suicide, or harming yourself.
- **Harms:** hanging is common in males, self-immolation in females. 82.2 per 100,000 population, 11.3% of all deaths. Hanging (47.8%), use of poison (40.4%), burning (7.2%), drowning (4%). 92 per 100,000; accounts for 9.8 to 11.4 % of all deaths; rates in men and women were 112 and 72 per 100,000, respectively.

The treatment of suicide is cognitive psychometric therapy with the help of a therapist. It is a method of measuring mental abilities that combines information from experimental psychology and neuroscience. Psychometrics is the field of psychology that involves testing, measurement, and assessment. Cognitive therapy

(CT) is a treatment approach that aims to help people identify and change unhelpful thoughts. It indicates goal setting, self-improvement, and self upliftment and tackling the brain in that manner.

There is a huge relation between spirituality and mental health. Spirituality can be a valuable part of mental health care, helping people to feel more connected, at peace, and hopeful. It can also help people to cope with stress and find meaning in their lives.

Spirituality can help mental health

- **Sense of connection:** Spirituality can help people feel connected to something bigger than themselves, such as a higher power or purpose.
- **Sense of peace:** Spirituality can help people feel more at peace with themselves and others.
- **Sense of hope:** Spirituality can help people feel stronger and more hopeful, which can be especially helpful when they are unwell.
- **Sense of meaning:** Spirituality can help people find meaning and significance in their lives.
- **Sense of empowerment:** Spirituality can help people feel empowered and in control of their lives.

Spirituality can be incorporated into mental health care

- **Spiritual practices:** Spiritual practices like meditation, prayer, and rituals can help people to cope with stress and negative emotions.
- **Spiritual communities:** Spiritual communities can provide people with support and friendship.
- **Psychotherapy:** Spiritual matters can be incorporated into psychotherapy to help people heal and transform their lives.

Sprituality has been found to be a protective factor against mental illnesses such as depression and anxiety. ***HOW?*** By providing individuals with a sense of purpose, meaning in life, social support, coping mechanisms like prayer or meditation, and a positive outlook, which can help them navigate stressful situations and challenges, potentially reducing the likelihood of developing mental health issues.

Key aspects of using spirituality to cope with depression:

- **Finding meaning and purpose:**

  A belief in a higher power or a larger purpose in life can help individuals feel less alone and more grounded, even during challenging times.

- **Prayer and meditation:**

  Engaging in prayer or meditation practices can provide a space for reflection, gratitude, and release of negative emotions.

- **Connecting with community:**

  Participating in religious services or spiritual groups can offer social support and a sense of belonging.

- **Acceptance and forgiveness:**

  Spirituality can help individuals accept difficult situations and forgive themselves or others, which can alleviate feelings of guilt and shame.

- **Nature connection:**

  Spending time in nature can be a form of spiritual practice, promoting feelings of peace and tranquility.

Thus spiritual awakening is one of the natural process that leads to awareness and acceptance of changes that can lead to a deeper of oneself and life's pourpose. This is the way that depression can be cured in natural way by devoting oneself to god.

- “ Mathematics, rightly viewed, possesses not only truth but supreme beauty.”

  – Bertrand Russell

- “The only way to learn mathematics is to do mathematics.”

  –Paul Halmos

- “Mathematics is the music of reason”.

  –James Joseph Sylvester

- “Mathematics is the most beautiful and most powerful creation of the human spirit.”

  –Stefan Banach

- “ Mathematics is the language with which God has written the Universe.”

  –Galileo Galilei

- “Mathematics is not only real, but it is the only reality.”

  – Albert Einstein

- “Without mathematics, there’s nothing you can do. Everything around you is mathematics. Everything around you is numbers.”

  –Shakuntala Devi